

MỘT SỐ ĐỀ THI VÀO THPT PHÂN BAN

I, Phần 1 : Các đề thi vào ban cơ bản

ĐỀ SỐ 1

Câu 1 (3 điểm)

Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)^2 \cdot \frac{x^2-1}{2} - \sqrt{1-x^2}$$

- 1) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa .
- 2) Rút gọn biểu thức A .
- 3) Giải phương trình theo x khi $A = -2$.

Câu 2 (1 điểm)

Giải phương trình :

$$\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x-2} = \sqrt{x-1}$$

Câu 3 (3 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm A (-2 , 2) và đường thẳng (D) : $y = -2(x+1)$.

- a) Điểm A có thuộc (D) hay không ?
- b) Tìm a trong hàm số $y = ax^2$ có đồ thị (P) đi qua A .
- c) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (D) .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình vuông ABCD cố định , có độ dài cạnh là a . E là điểm di chuyển trên đoạn CD (E khác D) , đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F , đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K .

- 1) Chứng minh tam giác ABF = tam giác ADK từ đó suy ra tam giác AFK vuông cân .
- 2) Gọi I là trung điểm của FK , Chứng minh I là tâm đường tròn đi qua A , C, F , K .
- 3) Tính số đo góc AIF , suy ra 4 điểm A , B , F , I cùng nằm trên một đường tròn .

ĐỀ SỐ 2

Câu 1 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{1}{2}x^2$

- 1) Nêu tập xác định , chiều biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- 2) Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm (2 , -6) có hệ số góc a và tiếp xúc với đồ thị hàm số trên .

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - mx + m - 1 = 0$.

1) Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 , x_2 . Tính giá trị của biểu thức .

$$M = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 1}{x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2} . \text{ Từ đó tìm } m \text{ để } M > 0 .$$

2) Tìm giá trị của m để biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất .

Câu 3 (2 điểm)

Giải phương trình :

a) $\sqrt{x-4} = 4-x$

b) $|2x+3| = 3-x$

Câu 4 (3 điểm)

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) có bán kính bằng R cắt nhau tại A và B , qua A vẽ cát tuyến cắt hai đường tròn (O_1) và (O_2) thứ tự tại E và F , đường thẳng EC , DF cắt nhau tại P .

1) Chứng minh rằng : $BE = BF$.

2) Một cát tuyến qua A và vuông góc với AB cắt (O_1) và (O_2) lần lượt tại C, D . Chứng minh tứ giác $BEPF$, $BCPD$ nội tiếp và BP vuông góc với EF .

3) Tính diện tích phần giao nhau của hai đường tròn khi $AB = R$.

ĐỀ SỐ 3

Câu 1 (3 điểm)

1) Giải bất phương trình : $|x+2| < |x-4|$

2) Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x thoả mãn .

$$\frac{2x+1}{3} > \frac{3x-1}{2} + 1$$

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $2x^2 - (m+1)x + m - 1 = 0$

a) Giải phương trình khi $m = 1$.

b) Tìm các giá trị của m để hiệu hai nghiệm bằng tích của chúng .

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = (2m+1)x - m + 3$ (1)

a) Tìm m biết đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(-2; 3)$.

b) Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi giá trị của m .

Câu 4 (3 điểm)

Cho góc vuông xOy , trên Ox , Oy lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho $OA = OB$. M là một điểm bất kỳ trên AB .

Dựng đường tròn tâm O_1 đi qua M và tiếp xúc với Ox tại A , đường tròn tâm O_2 đi qua M và tiếp xúc với Oy tại B , (O_1) cắt (O_2) tại điểm thứ hai N .

- 1) Chứng minh tứ giác $OANB$ là tứ giác nội tiếp và ON là phân giác của góc ANB .
- 2) Chứng minh M nằm trên một cung tròn cố định khi M thay đổi.
- 3) Xác định vị trí của M để khoảng cách O_1O_2 là ngắn nhất.

ĐỀ SỐ 4.

Câu 1 (3 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right)$

- a) Rút gọn biểu thức.
- b) Tính giá trị của \sqrt{A} khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$

Câu 2 (2 điểm)

Giải phương trình : $\frac{2x-2}{x^2-36} - \frac{x-2}{x^2-6x} = \frac{x-1}{x^2+6x}$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = -\frac{1}{2}x^2$

- a) Tìm x biết $f(x) = -8$; $-\frac{1}{8}$; 0 ; 2 .
- b) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B nằm trên đồ thị có hoành độ lần lượt là -2 và 1 .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$, trên cạnh BC lấy 1 điểm M . Đường tròn đường kính AM cắt đường tròn đường kính BC tại N và cắt cạnh AD tại E .

- 1) Chứng minh E, N, C thẳng hàng.
- 2) Gọi F là giao điểm của BN và DC . Chứng minh $\triangle BCF = \triangle CDE$
- 3) Chứng minh rằng MF vuông góc với AC .

ĐỀ SỐ 5

Câu 1 (3 điểm)

Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình khi $m = 1$.
- Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số m .
- Tìm m để $x - y = 2$.

Câu 2 (3 điểm)

1) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - x = y^2 - y \end{cases}$$

- 2) Cho phương trình bậc hai : $ax^2 + bx + c = 0$. Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $2x_1 + 3x_2$ và $3x_1 + 2x_2$.

Câu 3 (2 điểm)

Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . M là một điểm chuyển động trên đường tròn . Từ B hạ đường thẳng vuông góc với AM cắt CM ở D .

Chứng minh tam giác BMD cân

Câu 4 (2 điểm)

1) Tính : $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

2) Giải bất phương trình :

$$(x - 1)(2x + 3) > 2x(x + 3) .$$

ĐỀ SỐ 6

Câu 1 (2 điểm)

Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+1} = 7 \\ \frac{5}{x-1} - \frac{2}{y-1} = 4 \end{cases}$$

Câu 2 (3 điểm)

Cho biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} : \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}}$

- Rút gọn biểu thức A .
- Coi A là hàm số của biến x vẽ đồ thị hàm số A .

Câu 3 (2 điểm)

Tìm điều kiện của tham số m để hai phương trình sau có nghiệm chung

$$x^2 + (3m + 2)x - 4 = 0 \text{ và } x^2 + (2m + 3)x + 2 = 0 .$$

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O và đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm A, B. Từ một điểm M trên d vẽ hai tiếp tuyến ME, MF (E, F là tiếp điểm).

- 1) Chứng minh góc EMO = góc OFE và đường tròn đi qua 3 điểm M, E, F đi qua 2 điểm cố định khi m thay đổi trên d.
- 2) Xác định vị trí của M trên d để tứ giác OEMF là hình vuông.

ĐỀ SỐ 7

Câu 1 (2 điểm)

Cho phương trình $(m^2 + m + 1)x^2 - (m^2 + 8m + 3)x - 1 = 0$

- a) Chứng minh $x_1 x_2 < 0$.
- b) Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức:
 $S = x_1 + x_2$.

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình: $3x^2 + 7x + 4 = 0$. Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 không giải phương trình lập phương trình bậc hai mà có hai nghiệm là: $\frac{x_1}{x_2 - 1}$ và $\frac{x_2}{x_1 - 1}$.

Câu 3 (3 điểm)

1) Cho $x^2 + y^2 = 4$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $x + y$.

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

3) Giải phương trình: $x^4 - 10x^3 - 2(m - 11)x^2 + 2(5m + 6)x + 2m = 0$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Đường phân giác trong của góc A, B cắt đường tròn tâm O tại D và E, gọi giao điểm hai đường phân giác là I, đường thẳng DE cắt CA, CB lần lượt tại M, N.

- 1) Chứng minh tam giác AIE và tam giác BID là tam giác cân.
- 2) Chứng minh tứ giác AEMI là tứ giác nội tiếp và $MI \parallel BC$.
- 3) Tứ giác CMIN là hình gì?

ĐỀ SỐ 8

Câu 1 (2 điểm)

Tìm m để phương trình $(x^2 + x + m)(x^2 + mx + 1) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt .

Câu 2 (3 điểm)

Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = 6 \end{cases}$$

- Giải hệ khi $m = 3$
- Tìm m để phương trình có nghiệm $x > 1, y > 0$.

Câu 3 (1 điểm)

Cho x, y là hai số dương thoả mãn $x^5 + y^5 = x^3 + y^3$. Chứng minh $x^2 + y^2 \leq 1 + xy$

Câu 4 (3 điểm)

- Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Chứng minh $AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$
- Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn (O) đường kính AD. Đường cao của tam giác kẻ từ đỉnh A cắt cạnh BC tại K và cắt đường tròn (O) tại E.
 - Chứng minh : $DE \parallel BC$.
 - Chứng minh : $AB \cdot AC = AK \cdot AD$.
 - Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành.

ĐỀ SỐ 9

Câu 1 (2 điểm)

Trục căn thức ở mẫu các biểu thức sau :

$$A = \frac{\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}; \quad B = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{2 - \sqrt{2}}}; \quad C = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1}$$

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - (m+2)x + m^2 - 1 = 0$ (1)

- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m thoả mãn $x_1 - x_2 = 2$.
- Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của m để phương trình có hai nghiệm khác nhau.

Câu 3 (2 điểm)

Cho $a = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}; b = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$

Lập một phương trình bậc hai có các hệ số bằng số và có các nghiệm là $x_1 = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}+1}; x_2 = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+1}$

Câu 4 (3 điểm)

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A và B . Một đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O_1) , (O_2) lần lượt tại C,D , gọi I , J là trung điểm của AC và AD .

- 1) Chứng minh tứ giác O_1IJO_2 là hình thang vuông .
- 2) Gọi M là giao điểm của CO_1 và DO_2 . Chứng minh O_1 , O_2 , M , B nằm trên một đường tròn
- 3) E là trung điểm của IJ , đường thẳng CD quay quanh A . Tìm tập hợp điểm E.
- 4) Xác định vị trí của dây CD để dây CD có độ dài lớn nhất .

ĐỀ SỐ 10

Câu 1 (3 điểm)

- 1) Vẽ đồ thị của hàm số : $y = \frac{x^2}{2}$
- 2) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $(2; -2)$ và $(1; -4)$
- 3) Tìm giao điểm của đường thẳng vừa tìm được với đồ thị trên .

Câu 2 (3 điểm)

a) Giải phương trình :

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$$

b) Tính giá trị của biểu thức

$$S = x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} \text{ với } xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)} = a$$

Câu 3 (3 điểm)

Cho tam giác ABC , góc B và góc C nhọn . Các đường tròn đường kính AB , AC cắt nhau tại D . Một đường thẳng qua A cắt đường tròn đường kính AB , AC lần lượt tại E và F .

- 1) Chứng minh B , C , D thẳng hàng .
- 2) Chứng minh B , C , E , F nằm trên một đường tròn .
- 3) Xác định vị trí của đường thẳng qua A để EF có độ dài lớn nhất .

Câu 4 (1 điểm)

$$\text{Cho } F(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{1+x}$$

- a) Tìm các giá trị của x để F(x) xác định .
- b) Tìm x để F(x) đạt giá trị lớn nhất .

ĐỀ SỐ 11

Câu 1 (3 điểm)

- 1) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$
- 2) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm (2 ; -2) và (1 ; -4)
- 3) Tìm giao điểm của đường thẳng vừa tìm được với đồ thị trên .

Câu 2 (3 điểm)

- 1) Giải phương trình :

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$$

- 2) Giải phương trình :

$$\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5$$

Câu 3 (3 điểm)

Cho hình bình hành ABCD , đường phân giác của góc BAD cắt DC và BC theo thứ tự tại M và N . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNC

- 1) Chứng minh các tam giác DAM , ABN , MCN , là các tam giác cân .
- 2) Chứng minh B , C , D , O nằm trên một đường tròn .

Câu 4 (1 điểm)

Cho $x + y = 3$ và $y \geq 2$. Chứng minh $x^2 + y^2 \geq 5$

ĐỀ SỐ 12

Câu 1 (3 điểm)

- 1) Giải phương trình : $\sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} = 8$
- 2) Xác định a để tổng bình phương hai nghiệm của phương trình $x^2 + ax + a - 2 = 0$ là bé nhất .

Câu 2 (2 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm A (3 ; 0) và đường thẳng $x - 2y = -2$

- a) Vẽ đồ thị của đường thẳng . Gọi giao điểm của đường thẳng với trục tung và trục hoành là B và E .
- b) Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng $x - 2y = -2$.
- c) Tìm tọa độ giao điểm C của hai đường thẳng đó . Chứng minh rằng EO . EA = EB . EC và tính diện tích của tứ giác OACB .

Câu 3 (2 điểm)

Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình :

$$x^2 - (m+1)x + m^2 - 2m + 2 = 0 \quad (1)$$

a) Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm kép , hai nghiệm phân biệt .

b) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị bé nhất , lớn nhất .

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Kẻ đường cao AH , gọi trung điểm của AB , BC theo thứ tự là M , N và E , F theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của của B , C trên đường kính AD .

a) Chứng minh rằng MN vuông góc với HE .

b) Chứng minh N là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF .

ĐỀ SỐ 13

Câu 1 (2 điểm)

So sánh hai số : $a = \frac{9}{\sqrt{11} - \sqrt{2}} ; b = \frac{6}{3 - \sqrt{3}}$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2x + y = 3a - 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Gọi nghiệm của hệ là (x , y) , tìm giá trị của a để $x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất .

Câu 3 (2 điểm)

Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$

Câu 4 (3 điểm)

1) Cho tứ giác lồi ABCD các cặp cạnh đối AB , CD cắt nhau tại P và BC , AD cắt nhau tại Q . Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABQ , BCP , DCQ , ADP cắt nhau tại một điểm .

3) Cho tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp . Chứng minh

$$\frac{AB \cdot AD + CB \cdot CD}{BA \cdot BC + DC \cdot DA} = \frac{AC}{BD}$$

Câu 4 (1 điểm)

Cho hai số dương x , y có tổng bằng 1 . Tìm giá trị nhỏ nhất của :

$$S = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{3}{4xy}$$

ĐỀ SỐ 14

Câu 1 (2 điểm)

Tính giá trị của biểu thức :

$$P = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$$

Câu 2 (3 điểm)

1) Giải và biện luận phương trình :

$$(m^2 + m + 1)x^2 - 3m = (m + 2)x + 3$$

2) Cho phương trình $x^2 - x - 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Hãy lập

phương trình bậc hai có hai nghiệm là : $\frac{x_1}{1 - x_2}; \frac{x_2}{1 - x_2}$

Câu 3 (2 điểm)

Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức : $P = \frac{2x - 3}{x + 2}$ là nguyên .

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O và cát tuyến CAB (C ở ngoài đường tròn) . Từ điểm chính giữa của cung lớn AB kẻ đường kính MN cắt AB tại I , CM cắt đường tròn tại E , EN cắt đường thẳng AB tại F .

- 1) Chứng minh tứ giác MEFI là tứ giác nội tiếp .
- 2) Chứng minh góc CAE bằng góc MEB .
- 3) Chứng minh : $CE \cdot CM = CF \cdot CI = CA \cdot CB$

ĐỀ SỐ 15

Câu 1 (2 điểm)

Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 - 5xy - 2y^2 = 3 \\ y^2 + 4xy + 4 = 0 \end{cases}$$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{x^2}{4}$ và $y = -x - 1$

- a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ .
- b) Viết phương trình các đường thẳng song song với đường thẳng $y = -x - 1$ và cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ tại điểm có tung độ là 4 .

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 4x + q = 0$

- a) Với giá trị nào của q thì phương trình có nghiệm .
- b) Tìm q để tổng bình phương các nghiệm của phương trình là 16 .

Câu 3 (2 điểm)

- 1) Tìm số nguyên nhỏ nhất x thoả mãn phương trình :

$$|x-3|+|x+1|=4$$

- 2) Giải phương trình :

$$3\sqrt{x^2-1}-x^2-1=0$$

Câu 4 (2 điểm)

Cho tam giác vuông ABC (góc A = 90°) có AC < AB , AH là đường cao kẻ từ đỉnh A . Các tiếp tuyến tại A và B với đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC cắt nhau tại M . Đoạn MO cắt cạnh AB ở E , MC cắt đường cao AH tại F . Kéo dài CA cho cắt đường thẳng BM ở D . Đường thẳng BF cắt đường thẳng AM ở N .

- a) Chứng minh OM//CD và M là trung điểm của đoạn thẳng BD .
- b) Chứng minh EF // BC .
- c) Chứng minh HA là tia phân giác của góc MHN .

ĐỀ SỐ 16

Câu 1 : (2 điểm)

Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hàm số $y = 3x + m$ (*)

- 1) Tính giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua : a) A(-1 ; 3) ; b) B(-2 ; 5)
- 2) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là - 3 .
- 3) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là - 5 .

Câu 2 : (2,5 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$

- a) Rút gọn biểu thức A .
- b) Tính giá trị của A khi $x = 7 + 4\sqrt{3}$
- c) Với giá trị nào của x thì A đạt giá trị nhỏ nhất .

Câu 3 : (2 điểm)

Cho phương trình bậc hai : $x^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{5} = 0$ và gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 và x_2 . Không giải phương trình , tính giá trị của các biểu thức sau :

- a) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$
- b) $x_1^2 + x_2^2$

c) $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$

d) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

Câu 4 (3.5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A và một điểm D nằm giữa A và B . Đồng tròn đồng kính BD cắt BC tại E . Các đồng thẳng CD , AE lần lượt cắt đồng tròn tại các điểm thứ hai F , G . Chứng minh :

- a) Tam giác ABC đồng dạng với tam giác EBD .
- b) Tứ giác ADEC và AFBC nội tiếp được trong một đồng tròn .
- c) AC song song với FG .
- d) Các đồng thẳng AC , DE và BF đồng quy .

ĐỀ SỐ 17

Câu 1 (2,5 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{a+2}{a-2}$

- a) Với những giá trị nào của a thì A xác định .
- b) Rút gọn biểu thức A .
- c) Với những giá trị nguyên nào của a thì A có giá trị nguyên .

Câu 2 (2 điểm)

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định . Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ . Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ . Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc đầu .

Câu 3 (2 điểm)

a) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 3 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases}$$

b) Giải phương trình : $\frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{x-5}{2x^2+10x} = \frac{x+25}{2x^2-50}$

Câu 4 (4 điểm)

Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho AC = 10 cm ; CB = 40 cm . Vẽ về cùng một nửa mặt phẳng bờ là AB các nửa đồng tròn đồng kính theo thứ tự là AB , AC , CB có tâm lần lượt là O , I , K . Đồng vuông góc với AB tại C cắt nửa đồng tròn (O) ở E . Gọi M , N theo thứ tự là giao điểm của EA , EB với các nửa đồng tròn (I) , (K) . Chứng minh :

- a) EC = MN .

- b) MN là tiếp tuyến chung của các nửa đường tròn (I) và (K) .
- c) Tính độ dài MN .
- d) Tính diện tích hình được giới hạn bởi ba nửa đường tròn .

ĐỀ 18

Câu 1 (2 điểm)

Cho biểu thức : $A = \frac{1+\sqrt{1-a}}{1-a+\sqrt{1-a}} + \frac{1-\sqrt{1+a}}{1+a-\sqrt{1+a}} + \frac{1}{\sqrt{1+a}}$

- 1) Rút gọn biểu thức A .
- 2) Chứng minh rằng biểu thức A luôn dương với mọi a .

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

- 1) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $3x_1 - 4x_2 = 11$.
- 2) Tìm đẳng thức liên hệ giữa x_1 và x_2 không phụ thuộc vào m .
- 3) Với giá trị nào của m thì x_1 và x_2 cùng dương .

Câu 3 (2 điểm)

Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B cách nhau 300 km . Ô tô thứ nhất mỗi giờ chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 10 km nên đến B sớm hơn ô tô thứ hai 1 giờ . Tính vận tốc mỗi xe ô tô .

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . M là một điểm trên cung AC (không chứa B) kẻ MH vuông góc với AC ; MK vuông góc với BC .

- 1) Chứng minh tứ giác MHKC là tứ giác nội tiếp .
- 2) Chứng minh $\widehat{AMB} = \widehat{HMK}$
- 3) Chứng minh ΔAMB đồng dạng với ΔHMK .

Câu 5 (1 điểm)

Tìm nghiệm dương của hệ :
$$\begin{cases} xy(x+y) = 6 \\ yz(y+z) = 12 \\ zx(z+x) = 30 \end{cases}$$

ĐỀ 19

(THI TUYỂN SINH LỚP 10 - THPT NĂM 2006 - 2007 - HẢI DƯƠNG - 120 PHÚT -
NGÀY 28 / 6 / 2006

Câu 1 (3 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

a) $4x + 3 = 0$

b) $2x - x^2 = 0$

2) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5 + y = 4x \end{cases}$$

Câu 2 (2 điểm)

1) Cho biểu thức : $P = \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+2} + \frac{4\sqrt{a}-4}{4-a}$ ($a > 0$; $a \neq 4$)

a) Rút gọn P .

b) Tính giá trị của P với $a = 9$.

2) Cho phương trình : $x^2 - (m + 4)x + 3m + 3 = 0$ (m là tham số)

a) Xác định m để phương trình có một nghiệm bằng 2 . Tìm nghiệm còn lại .

b) Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1 ; x_2 thoả mãn $x_1^3 + x_2^3 \geq 0$

Câu 3 (1 điểm)

Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 180 km . Một ô tô đi từ A đến B , nghỉ 90 phút ở B , rồi lại từ B về A . Thời gian lúc đi đến lúc trở về A là 10 giờ . Biết vận tốc lúc về kém vận tốc lúc đi là 5 km/h . Tính vận tốc lúc đi của ô tô .

Câu 4 (3 điểm)

Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AD . Hai đường chéo AC , BD cắt nhau tại E . Hình chiếu vuông góc của E trên AD là F . Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M . Giao điểm của BD và CF là N

Chứng minh :

a) CEFD là tứ giác nội tiếp .

b) Tia FA là tia phân giác của góc BFM .

c) $BE \cdot DN = EN \cdot BD$

Câu 5 (1 điểm)

Tìm m để giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{2x+m}{x^2+1}$ bằng 2 .

ĐỀ 20

Câu 1 (3 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

a) $5(x - 1) = 2$

b) $x^2 - 6 = 0$

2) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = 3x - 4$ với hai trục tọa độ .

Câu 2 (2 điểm)

1) Giả sử đường thẳng (d) có phương trình : $y = ax + b$.

Xác định a , b để (d) đi qua hai điểm A (1 ; 3) và B (- 3 ; - 1)

2) Gọi x_1 ; x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 4 = 0$ (m là tham số)

Tìm m để : $|x_1| + |x_2| = 5$

3) Rút gọn biểu thức : $P = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ ($x \geq 0; x \neq 0$)

Câu 3 (1 điểm)

Một hình chữ nhật có diện tích 300 m^2 . Nếu giảm chiều rộng đi 3 m , tăng chiều dài thêm 5m thì ta được hình chữ nhật mới có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ban đầu . Tính chu vi hình chữ nhật ban đầu .

Câu 4 (3 điểm)

Cho điểm A ở ngoài đường tròn tâm O . Kẻ hai tiếp tuyến AB , AC với đường tròn (B , C là tiếp điểm) . M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC ($M \neq B$; $M \neq C$) . Gọi D , E , F tung ứng là hình chiếu vuông góc của M trên các đường thẳng AB , AC , BC ; H là giao điểm của MB và DF ; K là giao điểm của MC và EF .

1) Chứng minh :

a) MECF là tứ giác nội tiếp .

b) MF vuông góc với HK .

2) Tìm vị trí của M trên cung nhỏ BC để tích MD . ME lớn nhất .

Câu 5 (1 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho điểm A (-3 ; 0) và Parabol (P) có phương trình $y = x^2$. Hãy tìm tọa độ của điểm M thuộc (P) để cho độ dài đoạn thẳng AM nhỏ nhất .

II, Các đề thi vào ban tự nhiên

Đề 21

CAU 1 : GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

a) $3x^2 - 48 = 0$.

b) $x^2 - 10x + 21 = 0$.

c) $\frac{8}{x-5} + 3 = \frac{20}{x-5}$

Câu 2 : (2 điểm)

a) Tìm các giá trị của a , b biết rằng đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm

A(2 ; - 1) và B ($\frac{1}{2}$; 2)

b) Với giá trị nào của m thì đồ thị của các hàm số $y = mx + 3$; $y = 3x - 7$ và đồ thị của hàm số xác định ở câu (a) đồng quy .

Câu 3 (2 điểm) Cho hệ phương trình .

$$\begin{cases} mx - ny = 5 \\ 2x + y = n \end{cases}$$

a) Giải hệ khi $m = n = 1$.

b) Tìm m , n để hệ đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} + 1 \end{cases}$

Câu 4 : (3 điểm)

Cho tam giác vuông ABC ($\hat{C} = 90^\circ$) nội tiếp trong đường tròn tâm O . Trên cung nhỏ AC ta lấy một điểm M bất kỳ (M khác A và C) . Vẽ đường tròn tâm A bán kính AC , đường tròn này cắt đường tròn (O) tại điểm D (D khác C) . Đoạn thẳng BM cắt đường tròn tâm A ở điểm N .

a) Chứng minh MB là tia phân giác của góc $\hat{C}MD$.

b) Chứng minh BC là tiếp tuyến của đường tròn tâm A nói trên .

c) So sánh góc CNM với góc MDN .

d) Cho biết $MC = a$, $MD = b$. Hãy tính đoạn thẳng MN theo a và b .

ĐỀ SỐ 22

Câu 1 : (3 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{3x^2}{2}$ (P)

a) Tính giá trị của hàm số tại $x = 0$; -1 ; $-\frac{1}{3}$; -2 .

b) Biết $f(x) = \frac{9}{2}$; -8 ; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$ tìm x .

c) Xác định m để đường thẳng (D) : $y = x + m - 1$ tiếp xúc với (P) .

Câu 2 : (3 điểm)

Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2x - my = m^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

- Giải hệ khi $m = 1$.
- Giải và biện luận hệ phương trình.

Câu 3 : (1 điểm)

Lập phương trình bậc hai biết hai nghiệm của phương trình là :

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \quad x_2 = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$$

Câu 4 : (3 điểm)

Cho ABCD là một tứ giác nội tiếp . P là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

- Chứng minh hình chiếu vuông góc của P lên 4 cạnh của tứ giác là 4 đỉnh của một tứ giác có đường tròn nội tiếp .
- M là một điểm trong tứ giác sao cho ABMD là hình bình hành . Chứng minh rằng nếu góc CBM = góc CDM thì góc ACD = góc BCM .
- Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để :

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB.CD + AD.BC)$$

ĐỀ SỐ 23

Câu 1 (2 điểm) .

Giải phương trình

- $1 - x - \sqrt{3 - x} = 0$
- $x^2 - 2|x| - 3 = 0$

Câu 2 (2 điểm) .

Cho Parabol (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (D) : $y = px + q$.

Xác định p và q để đường thẳng (D) đi qua điểm A (- 1 ; 0) và tiếp xúc với (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm .

Câu 3 : (3 điểm)

Trong cùng một hệ trục tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$

và đường thẳng (D) : $y = mx - 2m - 1$

- Vẽ (P) .
- Tìm m sao cho (D) tiếp xúc với (P) .
- Chứng tỏ (D) luôn đi qua một điểm cố định .

Câu 4 (3 điểm) .

Cho tam giác vuông ABC (góc A = 90^0) nội tiếp đường tròn tâm O , kẻ đường kính AD .

- Chứng minh tứ giác ABCD là hình chữ nhật .
- Gọi M , N thứ tự là hình chiếu vuông góc của B , C trên AD , AH là đường cao của tam giác (H trên cạnh BC) . Chứng minh HM vuông góc với AC .
- Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MHN .
- Gọi bán kính đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp tam giác ABC là R và r . Chứng minh $R + r \geq \sqrt{AB.AC}$

ĐỀ SỐ 24

Câu 1 (3 điểm) .

Giải các phương trình sau .

- $x^2 + x - 20 = 0$.
- $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x}$
- $\sqrt{31-x} = x-1$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hàm số $y = (m-2)x + m + 3$.

- Tìm điều kiện của m để hàm số luôn nghịch biến .
- Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3 .
- Tìm m để đồ thị các hàm số $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$ và $y = (m-2)x + m + 3$ đồng quy .

Câu 3 (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 7x + 10 = 0$. Không giải phương trình tính .

- $x_1^2 + x_2^2$

- b) $x_1^2 - x_2^2$
c) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

Câu 4 (4 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O , đường phân giác trong của góc A cắt cạnh BC tại D và cắt đường tròn ngoại tiếp tại I .

- a) Chứng minh rằng OI vuông góc với BC .
b) Chứng minh $BI^2 = AI \cdot DI$.
c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC .
Chứng minh góc BAH = góc CAO .
d) Chứng minh góc HAO = $\left| \frac{B}{2} \right| - \left| \frac{C}{2} \right|$

ĐỀ SỐ 25

Câu 1 (3 điểm) . Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là đường cong Parabol (P) .

- a) Chứng minh rằng điểm A($-\sqrt{2}; 2$) nằm trên đường cong (P) .
b) Tìm m để để đồ thị (d) của hàm số $y = (m - 1)x + m$ ($m \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$) cắt đường cong (P) tại một điểm .
c) Chứng minh rằng với mọi m khác 1 đồ thị (d) của hàm số $y = (m - 1)x + m$ luôn đi qua một điểm cố định .

Câu 2 (2 điểm) .

Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình với $m = 1$
b) Giải biện luận hệ phương trình theo tham số m .
c) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm thoả mãn $x^2 + y^2 = 1$.

Câu 3 (3 điểm)

Giải phương trình

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 5$$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Giả sử góc BAM = Góc BCA.

- Chứng minh rằng tam giác ABM đồng dạng với tam giác CBA .
- Chứng minh : $BC^2 = 2 AB^2$. So sánh BC và đường chéo hình vuông cạnh là AB .
- Chứng tỏ BA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC .
- Đường thẳng qua C và song song với MA , cắt đường thẳng AB ở D . Chứng tỏ đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD tiếp xúc với BC .

ĐỀ SỐ 26.

Câu 1 (3 điểm)

- Giải phương trình : $\sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{x-2}$
- Cho Parabol (P) có phương trình $y = ax^2$. Xác định a để (P) đi qua điểm A(-1; -2) . Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường trung trực của đoạn OA .

Câu 2 (2 điểm)

- Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{y-2} - \frac{3}{x-1} = 1 \end{cases}$$

- Xác định giá trị của m sao cho đồ thị hàm số (H) : $y = \frac{1}{x}$ và đường thẳng (D) : $y = -x + m$ tiếp xúc nhau .

Câu 3 (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m + 3 = 0$ (1).

- Giải phương trình với $m = 1$.
- Xác định giá trị của m để (1) có hai nghiệm trái dấu .
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3 . Tìm nghiệm kia .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình bình hành ABCD có đỉnh D nằm trên đường tròn đường kính AB . Hạ BN và DM cùng vuông góc với đường chéo AC .

Chứng minh :

- Tứ giác CBMD nội tiếp .
- Khi điểm D di động trên đường tròn thì $\sphericalangle BMD + \sphericalangle BCD$ không đổi .
- $DB \cdot DC = DN \cdot AC$

ĐỀ SỐ 27

Câu 1 (3 điểm)

Giải các phương trình :

a) $x^4 - 6x^2 - 16 = 0$.

b) $x^2 - 2|x| - 3 = 0$

c) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) + \frac{8}{9} = 0$

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (m+1)x + m^2 - 2m + 2 = 0$

(1)

a) Giải phương trình với $m = 2$.

b) Xác định giá trị của m để phương trình có nghiệm kép . Tìm nghiệm kép đó .

c) Với giá trị nào của m thì $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị bé nhất , lớn nhất .

Câu 3 (4 điểm) .

Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn tâm O . Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD , còn M là trung điểm của cạnh CD . Nối MI kéo dài cắt cạnh AB ở N . Từ B kẻ đường thẳng song song với MN , đường thẳng đó cắt các đường thẳng AC ở E . Qua E kẻ đường thẳng song song với CD , đường thẳng này cắt đường thẳng BD ở F .

a) Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp .

b) Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng BF và AI . $IE = IB^2$.

c) Chứng minh $\frac{NA}{NB} = \frac{IA^2}{IB^2}$

ĐỀ SỐ 28

Câu 1 (2 điểm)

Phân tích thành nhân tử .

a) $x^2 - 2y^2 + xy + 3y - 3x$.

b) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$.

Câu 2 (3 điểm)

Cho hệ phương trình .

$$\begin{cases} mx - y = 3 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi $m = 1$.

b) Tìm m để hệ có nghiệm đồng thời thỏa mãn điều kiện ;

$$x + y - \frac{7(m-1)}{m^2 + 3} = 1$$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hai đường thẳng $y = 2x + m - 1$ và $y = x + 2m$.

a) Tìm giao điểm của hai đường thẳng nói trên .

b) Tìm tập hợp các giao điểm đó .

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O . A là một điểm ở ngoài đường tròn , từ A kẻ tiếp tuyến AM , AN với đường tròn , cát tuyến từ A cắt đường tròn tại B và C (B nằm giữa A và C) . Gọi I là trung điểm của BC .

1) Chứng minh rằng 5 điểm A , M , I , O , N nằm trên một đường tròn .

2) Một đường thẳng qua B song song với AM cắt MN và MC lần lượt tại E và F . Chứng minh tứ giác $BENI$ là tứ giác nội tiếp và E là trung điểm của EF .

ĐỀ SỐ 29

Câu 1 (3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 2(m + n)x + 4mn = 0$.

a) Giải phương trình khi $m = 1$; $n = 3$.

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m, n .

c) Gọi x_1, x_2 , là hai nghiệm của phương trình . Tính $x_1^2 + x_2^2$ theo m, n

Câu 2 (2 điểm)

Giải các phương trình .

a) $x^3 - 16x = 0$

b) $\sqrt{x} = x - 2$

c) $\frac{1}{3-x} + \frac{14}{x^2 - 9} = 1$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = (2m - 3)x^2$.

1) Khi $x < 0$ tìm các giá trị của m để hàm số luôn đồng biến .

2) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $(1, -1)$. Vẽ đồ thị với m vừa tìm được .

Câu 4 (3điểm)

Cho tam giác nhọn ABC và đường kính BON . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC , Đường thẳng BH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại M .

- 1) Chứng minh tứ giác AMCN là hình thang cân .
- 2) Gọi I là trung điểm của AC . Chứng minh H , I , N thẳng hàng .
- 3) Chứng minh rằng $BH = 2 OI$ và tam giác CHM cân .

ĐỀ SỐ 30 .

Câu 1 (2 điểm)

Cho phương trình : $x^2 + 2x - 4 = 0$. gọi x_1, x_2 , là nghiệm của phương trình .

Tính giá trị của biểu thức : $A = \frac{2x_1^2 + 2x_2^2 - 3x_1x_2}{x_1x_2 + x_1^2x_2}$

Câu 2 (3 điểm)

Cho hệ phương trình $\begin{cases} a^2x - y = -7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

- a) Giải hệ phương trình khi $a = 1$
- b) Gọi nghiệm của hệ phương trình là (x, y) . Tìm các giá trị của a để $x + y = 2$.

Câu 3 (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m - 1 = 0$.

- a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m .
- b) Gọi x_1, x_2 , là hai nghiệm của phương trình . Tìm m sao cho : $(2x_1 - x_2)(2x_2 - x_1)$ đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất ấy .
- c) Hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 mà không phụ thuộc vào m .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình thoi ABCD có góc $A = 60^\circ$. M là một điểm trên cạnh BC , đường thẳng AM cắt cạnh DC kéo dài tại N .

- a) Chứng minh : $AD^2 = BM.DN$.
- b) Đường thẳng DM cắt BN tại E . Chứng minh tứ giác BECD nội tiếp .
- c) Khi hình thoi ABCD cố định . Chứng minh điểm E nằm trên một cung tròn cố định khi m chạy trên BC .

ĐỀ SỐ 31

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên 1999 Đại học khoa học tự nhiên.

Bài 1. Cho các số a, b, c thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ a^2+b^2+c^2=14 \end{cases} \quad \text{.Hãy tính giá trị biểu thức } P=1+a^4+b^4+c^4.$$

Bài 2. a) Giải phương trình $\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}=\sqrt{2x-8}$

b) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{9}{2} \\ xy+\frac{1}{xy}=\frac{5}{2} \end{cases}$$

Bài 3. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $n^2 + 9n - 2$ chia hết cho $n + 11$.

Bài 4. Cho vòng tròn (C) và điểm I nằm trong vòng tròn. Dựng qua I hai dây cung bất kỳ MIN, EIF. Gọi M', N', E', F' là các trung điểm của IM, IN, IE, IF.

a) Chứng minh rằng : tứ giác M'E'N'F' là tứ giác nội tiếp.

b) Giả sử I thay đổi, các dây cung MIN, EIF thay đổi. Chứng minh rằng vòng tròn ngoại tiếp tứ giác M'E'N'F' có bán kính không đổi.

c) Giả sử I cố định, các dây cung MIN, EIF thay đổi nhưng luôn vuông góc với nhau. Tìm vị trí của các dây cung MIN, EIF sao cho tứ giác M'E'N'F' có diện tích lớn nhất.

Bài 5. Các số dương x, y thay đổi thỏa mãn điều kiện: $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = \left(x^2 + \frac{1}{y^2}\right)\left(y^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

ĐỀ SỐ 32

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên toán 1992 Đại học tổng hợp

Bài 1. a) Giải phương trình $(1+x)^4 = 2(1+x^4)$.

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ y^2 + yz + z^2 = 28 \\ z^2 + xz + x^2 = 7 \end{cases}$$

Bài 2. a) Phân tích đa thức $x^5 - 5x - 4$ thành tích của một đa thức bậc hai và một đa thức bậc ba với hệ số nguyên.

b) Áp dụng kết quả trên để rút gọn biểu thức $P = \frac{2}{\sqrt{4-3\sqrt{5}+2\sqrt{5}-\sqrt{125}}}$.

Bài 3. Cho ΔABC đều. Chứng minh rằng với mọi điểm M ta luôn có $MA \leq MB + MC$.

Bài 4. Cho $\angle xOy$ cố định. Hai điểm A, B khác O lần lượt chạy trên Ox và Oy tương ứng sao cho $OA \cdot OB = 3 \cdot OA - 2 \cdot OB$. Chứng minh rằng đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. Cho hai số nguyên dương m, n thỏa mãn $m > n$ và m không chia hết cho n . Biết rằng số dư khi chia m cho n bằng số dư khi chia $m + n$ cho $m - n$. Hãy tính tỷ số $\frac{m}{n}$.

ĐỀ SỐ 33

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên 1996 Đại học khoa học tự nhiên.

Bài 1. Cho $x > 0$ hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{(x + \frac{1}{x})^6 - (x^6 + \frac{1}{x^6}) - 2}{(x + \frac{1}{x})^3 + x^3 + \frac{1}{x^3}}$$

Bài 2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2 \end{cases}$$

Bài 3. Chứng minh rằng với mọi n nguyên dương ta có : $n^3 + 5n : 6$.

Bài 4. Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng : $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$.

Bài 5. Cho hình vuông ABCD cạnh bằng a . Gọi M, N, P, Q là các điểm bất kỳ lần lượt nằm trên các cạnh AB, BC, CD, DA.

a) Chứng minh rằng $2a^2 \leq MN^2 + NP^2 + PQ^2 + QM^2 \leq 4a^2$.

b) Giả sử M là một điểm cố định trên cạnh AB. Hãy xác định vị trí các điểm N, P, Q lần lượt trên các cạnh BC, CD, DA sao cho MNPQ là một hình vuông.

ĐỀ SỐ 34

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên 2000 Đại học khoa học tự nhiên

Bài 1. a) Tính $S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{1999.2000}$.

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + \frac{x}{y} = 3 \\ x + \frac{1}{y} + \frac{x}{y} = 3 \end{cases}$$

Bài 2. a) Giải phương trình $\sqrt{x-4} + \sqrt{x^3+x^2+x+1} = 1 + \sqrt{x^4-1}$

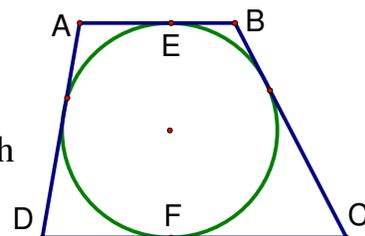
b) Tìm tất cả các giá trị của a để phương trình

$2x^2 - (4a + \frac{11}{2})x + 4a^2 + 7 = 0$ có ít nhất một nghiệm nguyên.

Bài 3. Cho đường tròn tâm O nội tiếp trong hình thang ABCD (AB // CD), tiếp xúc với cạnh AB tại E và với cạnh CD tại F như hình

a) Chứng minh rằng $\frac{BE}{AE} = \frac{DF}{CF}$.

b) Cho AB = a, CB = b (a < b), BE = 2AE. Tính diện tích hình thang ABCD.



Bài 4. Cho x, y là hai số thực bất kì khác không.

Chứng minh rằng $(\frac{4x^2y^2}{(x^2 + y^2)^8} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}) \geq 3$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

ĐỀ SỐ 35

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên 1998 Đại học khoa học tự nhiên

Bài 1. a) Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 8} + \sqrt{2 - x^2} = 4$.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x^4 + x^2y^2 + y^4 = 21 \end{cases}$

Bài 2. Các số a, b thỏa mãn điều kiện : $\begin{cases} a^3 - 3ab^2 = 19 \\ b^3 - 3ba^2 = 98 \end{cases}$

Hãy tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Bài 3. Cho các số a, b, c $\in [0,1]$. Chứng minh rằng {Mờ}

Bài 4. Cho đường tròn (O) bán kính R và hai điểm A, B cố định trên (O) sao cho $AB < 2R$. Giả sử M là điểm thay đổi trên cung lớn \widehat{AB} của đường tròn.

a) Kẻ từ B đường tròn vuông góc với AM, đường thẳng này cắt AM tại I và (O) tại N. Gọi J là trung điểm của MN. Chứng minh rằng khi M thay đổi trên đường tròn thì mỗi điểm I, J đều nằm trên một đường tròn cố định.

b) Xác định vị trí của M để chu vi ΔAMB là lớn nhất.

Bài 5. a) Tìm các số nguyên dương n sao cho mỗi số $n + 26$ và $n - 11$ đều là lập phương của một số nguyên dương.

b) Cho các số x, y, z thay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = xy + yz + zx + \frac{1}{2}(x^2(y-z)^2 + y^2(z-x)^2 + z^2(x-y)^2).$$

ĐỀ SỐ 36

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên 1993-1994 Đại học tổng hợp

Bài 1. a) Giải phương trình $x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = 2$.

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \\ 8y^3 + x^2 = 12 \end{cases}$$

Bài 2. Tìm max và min của biểu thức : $A = x^2y(4 - x - y)$ khi x và y thay đổi thỏa mãn điều kiện : $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 6$.

Bài 3. Cho hình thoi ABCD. Gọi R, r lần lượt là các bán kính các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABD, ABC và a là độ dài cạnh hình thoi. Chứng minh rằng $\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} = \frac{4}{a^2}$.

Bài 4. Tìm tất cả các số nguyên dương a, b, c đôi một khác nhau sao cho biểu thức $A = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc}$ nhận giá trị nguyên dương.

ĐỀ SỐ 37

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên 1991-1992 Đại học tổng hợp

Bài 1. a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt[3]{2\sqrt{3} - 4\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{44 + 16\sqrt{6}}$.

b) Phân tích biểu thức $P = (x - y)^5 + (y - z)^5 + (z - x)^5$ thành nhân tử.

Bài 2. a) Cho các số a, b, c, x, y, z thỏa mãn các điều kiện
$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ x + y + z = 0 \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0 \end{cases}$$
 hãy

tính giá trị của biểu thức $A = xa^2 + yb^2 + zc^2$.

b) Cho 4 số a, b, c, d mỗi số đều không âm và nhỏ hơn hoặc bằng 1.

Chứng minh rằng

$0 \leq a + b + c + d - ab - bc - cd - da \leq 2$. Khi nào đẳng thức xảy ra dấu bằng.

Bài 3. Cho trước a, d là các số nguyên dương. Xét các số có dạng :

a, a + d, a + 2d, ..., a + nd, ...

Chứng minh rằng trong các số đó có ít nhất một số mà 4 chữ số đầu tiên của nó là 1991.

Bài 4. Trong một cuộc hội thảo khoa học có 100 người tham gia. Giả sử mỗi người đều quen biết với ít nhất 67 người. Chứng minh rằng có thể tìm được một nhóm 4 người mà bất kì 2 người trong nhóm đó đều quen biết nhau.

- Bài 5.** Cho hình vuông ABCD. Lấy điểm M nằm trong hình vuông sao cho $\angle MAB = \angle MBA = 15^\circ$. Chứng minh rằng ΔMCD đều.
- Bài 6.** Hãy xây dựng một tập hợp gồm 8 điểm có tính chất : Đường trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm bất kì luôn đi qua ít nhất hai điểm của tập hợp đó.

ĐỀ SỐ 38

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên Lý 1989-1990

- Bài 1.** Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $\frac{-2x^2 + x + 36}{2x + 3}$ nguyên.
- Bài 2.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + ab + b^2 - 3a - 3b + 3$.
- Bài 3.** a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương m thì biểu thức $m^2 + m + 1$ không phải là số chính phương.
b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương m thì $m(m + 1)$ không thể bằng tích của 4 số nguyên liên tiếp.
- Bài 4.** Cho ΔABC vuông cân tại A. CM là trung tuyến. Từ A vẽ đường vuông góc với MC cắt BC tại H. Tính tỉ số $\frac{BH}{HC}$.
- Bài 5.** Có 6 thành phố, trong đó cứ 3 thành phố bất kì thì có ít nhất 2 thành phố liên lạc được với nhau. Chứng minh rằng trong 6 thành phố nói trên tồn tại 3 thành phố liên lạc được với nhau.

ĐỀ SỐ 39

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên năm 2004 Đại học khoa học tự nhiên(vòng1)

- Bài 1.** a) Giải phương trình $|x+1| + |x-1| = 1 + |x^2 - 1|$
b) Tìm nghiệm nguyên của hệ
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + x - y = 8 \\ 2y^2 - x^2 - xy + 2y - 2x = 7 \end{cases}$$
- Bài 2.** Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$. Hãy tính giá trị biểu thức $P = a^{2004} + b^{2004}$.
- Bài 3.** Cho ΔABC có $AB=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$, $CA=5\text{cm}$. Đường cao, đường phân giác, đường trung tuyến của tam giác kẻ từ đỉnh B chia tam giác thành 4 phần. Hãy tính diện tích mỗi phần.
- Bài 4.** Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn, có hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau tại H (H không trùng với tâm của đường tròn). Gọi M và N lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống các đường thẳng AB và BC; P và Q lần lượt là các giao điểm của các đường thẳng MH và NH với các đường thẳng CD và DA. Chứng minh

rằng đường thẳng PQ song song với đường thẳng AC và bốn điểm M, N, P, Q nằm trên cùng một đường tròn .

Bài 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{x^{10}}{y^2} + \frac{y^{10}}{x^2} \right) + \frac{1}{4} (x^{16} + y^{16}) - (1 + x^2 y^2)^2$$

ĐỀ SỐ 40

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên năm 2004 Đại học khoa học tự nhiên (vòng 2)

Bài 1. giải phương trình $\sqrt{x-3} + \sqrt{x-1} = 2$

Bài 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x+y)(x^2+y^2) = 15 \\ (x-y)(x^2-y^2) = 3 \end{cases}$

Bài 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x^3+y^3)-(x^2+y^2)}{(x-1)(y-1)}$ với x, y là các

số thực lớn hơn 1.

Bài 4. Cho hình vuông ABCD và điểm M nằm trong hình vuông.

a) Tìm tất cả các vị trí của M sao cho $\angle MAB = \angle MBC = \angle MCD = \angle MDA$.

b) Xét điểm M nằm trên đường chéo AC. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ M xuống AB và O là trung điểm của đoạn AM. Chứng minh rằng tỉ số $\frac{OB}{CN}$ có giá trị không đổi khi M di chuyển trên đường chéo

AC.

c) Với giả thiết M nằm trên đường chéo AC, xét các đường tròn (S) và (S') có các đường kính tương ứng AM và CN. Hai tiếp tuyến chung của (S) và (S') tiếp xúc với (S') tại P và Q. Chứng minh rằng đường thẳng PQ tiếp xúc với (S).

Bài 5. Với số thực a, ta định nghĩa phần nguyên của số a là số nguyên lớn nhất không vượt quá a và kí hiệu là [a]. Dãy số $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ được xác định bởi công thức $x_n = \left[\frac{n+1}{\sqrt{2}} \right] - \left[\frac{n}{\sqrt{2}} \right]$. Hỏi trong 200 số $\{x_1, x_2, \dots, x_{199}\}$ có bao nhiêu số khác 0 ?

ĐỀ SỐ 41

Đề thi thử vào THPT Chu Văn An 2004

Bài 1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{2}{2-\sqrt{x}} + \frac{3+\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - \frac{4x}{x-4} \right)$

a) Rút gọn P

b) Cho $\frac{x-3}{4x^2} = -11$. Hãy tính giá trị của P.

Bài 2. Cho phương trình $mx^2 - 2x - 4m - 1 = 0$ (1)

a) Tìm m để phương trình (1) nhận $x = \sqrt{5}$ là nghiệm, hãy tìm nghiệm còn lại.

b) Với $m \neq 0$

Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của các nghiệm x_1, x_2 trên trục số. Chứng minh rằng độ dài đoạn thẳng AB không đổi (**Không chắc lắm**)

Bài 3. Cho đường tròn (O;R) đường kính AB và một điểm M di động trên đường tròn (M khác A, B) Gọi CD lần lượt là điểm chính giữa cung nhỏ AM và BM.

a) Chứng minh rằng $CD = R\sqrt{2}$ và đường thẳng CD luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

b) Gọi P là hình chiếu vuông góc của điểm D lên đường thẳng AM. Đường thẳng OD cắt dây BM tại Q và cắt đường tròn (O) tại giao điểm thứ hai S. Tứ giác APQS là hình gì? Tại sao?

c) Đường thẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng MC cắt đường thẳng OC tại H. Gọi E là trung điểm của AM. Chứng minh rằng $HC = 2OE$.

d) Giả sử bán kính đường tròn nội tiếp ΔMAB bằng 1. Gọi MK là đường cao hạ từ M đến AB. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{MK + 2MA} + \frac{1}{MA + 2MB} + \frac{1}{MB + 2MK} < \frac{1}{3}$$

ĐỀ SỐ 42

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên năm 2003 Đại học khoa học tự nhiên (vòng 2)

Bài 1. Cho phương trình $x^4 + 2mx^2 + 4 = 0$. Tìm giá trị của tham số m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 32$.

Bài 2. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

Bài 3. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$.

Bài 4. Đường tròn (O) nội tiếp ΔABC tiếp xúc với BC, CA, AB tương ứng tại D, E, F . Đường tròn tâm (O') bàng tiếp trong góc $\angle BAC$ của ΔABC tiếp xúc với BC và phần kéo dài của AB, AC tương ứng tại P, M, N .

a) Chứng minh rằng : $BP = CD$.

b) Trên đường thẳng MN lấy các điểm I và K sao cho $CK \parallel AB, BI \parallel AC$. Chứng minh rằng : tứ giác $BICE$ và $BKCF$ là hình bình hành.

c) Gọi (S) là đường tròn đi qua I, K, P . Chứng minh rằng (S) tiếp xúc với BC, BI, CK .

Bài 5. Số thực x thay đổi và thỏa mãn điều kiện : $x^2 + (3-x)^2 \geq 5$

Tìm min của $P = x^4 + (3-x)^4 + 6x^2(3-x)^2$.

ĐỀ SỐ 43

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên năm 2003 Đại học khoa học tự nhiên

Bài 1. Giải phương trình $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2})(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 110}) = 3$.

Bài 2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^3 + 3yx^2 = 5 \\ y^3 + 6xy^2 = 7 \end{cases}$$

Bài 3. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức :

$$2y^2x + x + y + 1 = x^2 + 2y^2 + xy.$$

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. M, N là hai điểm trên nửa đường tròn (O) sao cho M thuộc cung AN và tổng các khoảng cách từ A, B đến đường thẳng MN bằng $R\sqrt{3}$

a) Tính độ dài MN theo R .

b) Gọi giao điểm của hai dây AN và BM là I . Giao điểm của các đường thẳng AM và BN là K . Chứng minh rằng bốn điểm M, N, I, K cùng nằm trên một đường tròn, Tính bán kính của đường tròn đó theo R .

c) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích ΔKAB theo R khi M, N thay đổi nhưng vẫn thỏa mãn giả thiết của bài toán.

Bài 5. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện : $x + y + z + xy + yz + zx = 6$. Chứng minh rằng : $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$.

ĐỀ SỐ 44

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên năm 2002 Đại học khoa học tự nhiên

- Bài 1.** a) Giải phương trình : $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x + 3} = \sqrt{x^2 + 2x - 3} + \sqrt{x - 2}$.
 b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình : $x + xy + y = 9$
- Bài 2.** Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 1 \\ x^3 + y^3 = x + 3y \end{cases}$ {M}
- Bài 3.** Cho mười số nguyên dương 1, 2, ..., 10. Sắp xếp 10 số đó một cách tùy ý vào một hàng. Cộng mỗi số với số thứ tự của nó trong hàng ta được 10 tổng. Chứng minh rằng trong 10 tổng đó tồn tại ít nhất hai tổng có chữ số tận cùng giống nhau.
- Bài 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \frac{4a}{b+c-a} + \frac{3b \text{ or } 5b}{a+c-b} + \frac{16c}{a+b-c}$$
 Trong đó a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.
- Bài 5.** Đường tròn (C) tâm I nội tiếp ΔABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại A' , B' , C' .
 a) Gọi các giao điểm của đường tròn (C) với các đoạn IA, IB, IC lần lượt tại M, N, P. Chứng minh rằng các đường thẳng $A'M$, $B'N$, $C'P$ đồng quy.
 b) Kéo dài đoạn AI cắt đường tròn ngoại tiếp ΔABC tại D (khác A). Chứng minh rằng $\frac{IB \cdot IC}{ID} = r$ trong đó r là bán kính đường tròn (C) .

ĐỀ SỐ 45

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên năm 2002 Đại học khoa học tự nhiên

- Bài 1.** a) Giải phương trình : $\sqrt{8 + \sqrt{x}} + \sqrt{5 - \sqrt{x}} = 5$
 b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} (x+1)(y+1) = 8 \\ x(x+1) + y(y+1) + xy = 17 \end{cases}$
- Bài 2.** Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng phương trình $x^2 + (a + b + c)x + ab + bc + ca = 0$ vô nghiệm.
- Bài 3.** Tìm tất cả các số nguyên n sao cho $n^2 + 2002$ là một số chính phương.
- Bài 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = \frac{1}{1+xy} + \frac{1}{1+yz} + \frac{1}{1+zx}$
 Trong đó x, y, z là các số dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$.

- Bài 5.** Cho hình vuông ABCD. M là điểm thay đổi trên cạnh BC (M không trùng với B) và N là điểm thay đổi trên cạnh CD (N không trùng D) sao cho $\angle MAN = \angle MAB + \angle NAD$.
- BD cắt AN, AM tương ứng tại p và Q. Chứng minh rằng 5 điểm P, Q, M, C, N cùng nằm trên một đường tròn.
 - Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định khi M và N thay đổi.
 - Ký hiệu diện tích của ΔAPQ là S và diện tích tứ giác PQMN là S'. Chứng minh rằng tỷ số $\frac{S}{S'}$ không đổi khi M, N thay đổi.

ĐỀ SỐ 46

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên năm 2001 Đại học khoa học tự nhiên

- Bài 1.** Tìm các giá trị nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức: $(y + 2)x^2 + 1 = y^2$.

Bài 2. a) Giải phương trình: $\sqrt{x(3x+1)} - \sqrt{x(x-1)} = 2\sqrt{x^2}$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + xy + 2 = 3x + y \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

- Bài 3.** Cho nửa vòng tròn đường kính AB=2a. Trên đoạn AB lấy điểm M. Trong nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa vòng tròn, ta kẻ 2 tia Mx và My sao cho $\angle AMx = \angle BMy = 30^\circ$. Tia Mx cắt nửa vòng tròn ở E, tia My cắt nửa vòng tròn ở F. Kẻ EE', FF' vuông góc với AB.

- Cho AM= a/2, tính diện tích hình thang vuông EE'F'F theo a.
- Khi M di động trên AB. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn tiếp xúc với một vòng tròn cố định.

- Bài 4.** Giả sử x, y, z là các số thực khác 0 thỏa mãn:

$$\begin{cases} x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = -2 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 1 \end{cases} \text{ .Hãy tính giá trị của } P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} .$$

- Bài 5.** Với x, y, z là các số thực dương, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{xyz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

ĐỀ SỐ 47

Đề thi vào 10 năm 1989-1990 Hà Nội

Bài 1. Xét biểu thức $A = 1 - \left(\frac{2}{1+2x} - \frac{5x}{4x^2-1} - \frac{1}{1-2x} \right) : \frac{x-1}{4x^2+4x+1}$

- Rút gọn A.
- Tìm giá trị x để $A = -1/2$.

Bài 2. Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h. Sau khi đi được $2/3$ quãng đường với vận tốc đó, vì đường khó đi nên người lái xe phải giảm vận tốc mỗi giờ 10 km trên quãng đường còn lại. Do đó ô tô đến B chậm 30 phút so với dự định. Tính quãng đường AB.

Bài 3. Cho hình vuông ABCD và một điểm E bất kì trên cạnh BC. Tia $Ax \perp AE$ cắt cạnh CD kéo dài tại F. Kẻ trung tuyến AI của ΔAEF và kéo dài cắt cạnh CD tại K. Đường thẳng qua E và song song với AB cắt AI tại G.

- Chứng minh rằng $AE = AF$.
- Chứng minh rằng tứ giác EGFK là hình thoi.
- Chứng minh rằng hai tam giác AKF, CAF đồng dạng và $AF^2 = KF \cdot CF$.
- Giả sử E chạy trên cạnh BC. Chứng minh rằng $EK = BE +$ điều kiện và chu vi ΔECK không đổi.

Bài 4. Tìm giá trị của x để biểu thức $y = \frac{x^2 - 2x + 1989}{x^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất và tìm giá trị đó.

ĐỀ SỐ 48

Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 chuyên năm học 2000-2001. (1)

Bài 1. Tìm n nguyên dương thỏa mãn :

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{n(n+2)}\right) = \frac{2000}{2001}$$

Bài 2. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{\frac{16}{x^2} - \frac{8}{x}} + 1}$

- Với giá trị nào của x thì A xác định.
- Tìm x để A đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm các giá trị nguyên của x để A nguyên.

Bài 3. Cho ΔABC đều cạnh a. Điểm Q di động trên AC, điểm P di động trên tia đối của tia CB sao cho $AQ \cdot BP = a^2$. Đường thẳng AP cắt đường thẳng BQ tại M.

- a) Chứng minh rằng tứ giác ABCM nội tiếp đường tròn .
 b) Tìm giá trị lớn nhất của MA + MC theo a.

Bài 4. Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b+a} + \frac{b}{c+b} + \frac{c}{a+c} < \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}}$$

Bài 5. Chứng minh rằng $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

ĐỀ SỐ 49

Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 chuyên năm học 2000-2001. (2)

Bài 1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}\right) : \left(\frac{x}{1-x} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}\right)$.

- a) Rút gọn P.
 b) Chứng minh rằng $P < 1$ với mọi giá trị của $x \neq \pm 1$.

Bài 2. Hai vòi nước cùng chảy vào bể thì sau 4 giờ 48 phút thì đầy. Nếu chảy cùng một thời gian như nhau thì lượng nước của vòi II bằng $\frac{2}{3}$ lượng nước của vòi I chảy được. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu đầy bể.

Bài 3. Chứng minh rằng phương trình : $x^2 - \sqrt{6}x + 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1 = \sqrt{2-\sqrt{3}}$ và $x_2 = \sqrt{2+\sqrt{3}}$.

Bài 4. Cho đường tròn tâm O đường kính AB = 2R và một điểm M di động trên một nửa đường tròn (M không trùng với A, B). Người ta vẽ một đường tròn tâm E tiếp xúc với đường tròn (O) tại M và tiếp xúc với đường kính AB. Đường tròn (E) cắt MA, MB lần lượt tại các điểm thứ hai là C, D.

- a) Chứng minh rằng ba điểm C, E, D thẳng hàng.
 b) Chứng minh rằng đường thẳng MN đi qua một điểm cố định K và tích KM.KN không đổi.
 c) Gọi giao điểm của các tia CN, DN với KB, KA lần lượt là P và Q. Xác định vị trí của M để diện tích ΔNPQ đạt giá trị lớn nhất và chứng tỏ khi đó chu vi ΔNPQ đạt giá trị nhỏ nhất.
 d) Tìm quỹ tích điểm E.

ĐỀ SỐ 50

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên năm 2001 Đại học khoa học tự nhiên

Bài 1. a) Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ có tính chất $f(x)$ nhận giá trị nguyên khi x là số nguyên hỏi các hệ số a, b, c có nhất thiết phải là các số

nguyên hay không ? Tại sao ?

b) Tìm các số nguyên không âm x, y thỏa mãn đẳng thức :

$$x^2 = y^2 + \sqrt{y-1}$$

Bài 2. Giải phương trình $4\sqrt{x+1} = x^2 - 5x + 14$

Bài 3. Cho các số thực a, b, x, y thỏa mãn hệ :

$$\begin{cases} ax + by = 3 \\ ax^2 + by^2 = 5 \\ ax^3 + by^3 = 9 \\ ax^4 + by^4 = 17 \end{cases}$$

Tính giá trị của các biểu thức $A = ax^5 + by^5$ và $B = ax^{2001} + by^{2001}$

Bài 4. Cho đoạn thẳng AB có trung điểm là O . Gọi d, d' là các đường thẳng vuông góc với AB tương ứng tại A, B . Một góc vuông đỉnh O có một cạnh cắt d ở M , còn cạnh kia cắt d' ở N . kẻ $OH \perp MN$. Vòng tròn ngoại tiếp ΔMHB cắt d ở điểm thứ hai là E khác M . MB cắt NA tại I , đường thẳng HI cắt EB ở K . Chứng minh rằng K nằm trên một đường tròn cố định khi góc vuông quay quanh đỉnh O .

Bài 5. Cho 2001 đồng tiền, mỗi đồng tiền được sơn một mặt màu đỏ và một mặt màu xanh. Xếp 2001 đồng tiền đó theo một vòng tròn sao cho tất cả các đồng tiền đều có mặt xanh ngửa lên phía trên. Cho phép mỗi lần đổi mặt đồng thời 5 đồng tiền liên tiếp cạnh nhau. Hỏi với cách làm như thế sau một số hữu hạn lần ta có thể làm cho tất cả các đồng tiền đều có mặt đỏ ngửa lên phía trên được hay không ? Tại sao ?

ĐỀ SỐ 51

Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 chuyên Toán Tin năm 2003-2004 Đại học sư phạm HN

Bài 1. Chứng minh rằng biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào x

$$A = \sqrt{x} + \frac{\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} - x}{\sqrt[4]{9-4\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{5}} + \sqrt{x}}$$

Bài 2. Với mỗi số nguyên dương n , đặt $P_n = 1.2.3 \dots n$. Chứng minh rằng

a) $1 + 1.P_1 + 2.P_2 + 3.P_3 + \dots + n.P_n = P_{n+1}$.

b) $\frac{1}{P_1} + \frac{2}{P_2} + \frac{3}{P_3} + \dots + \frac{n-1}{P_n} < 1$

Bài 3. Tìm các số nguyên dương n sao cho hai số $x = 2n + 2003$ và $y = 3n + 2005$ đều là những số chình phương.

Bài 4. Xét phương trình ẩn x : $(2x^2 - 4x + a + 5)(x^2 - 2x + a)(|x-1| - a - 1) = 0$

a) Giải phương trình ứng với $a = -1$.

b) Tìm a để phương trình trên có đúng ba nghiệm phân biệt.

Bài 5. Qua một điểm M tùy ý đã cho trên đáy lớn AB của hình thang ABCD ta kẻ các đường thẳng song song với hai đường chéo AC và BD. Các đường thẳng song song này cắt hai cạnh BC và AD lần lượt tại E và F. Đoạn EF cắt AC và BD tại I và J tương ứng.

a) Chứng minh rằng nếu H là trung điểm của IJ thì H cũng là trung điểm của EF.

b) Trong trường hợp $AB = 2CD$, hãy chỉ ra vị trí của một điểm M trên AB sao cho $EJ = JI = IF$.

ĐỀ SỐ 52

Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 chuyên Toán Tin năm 2004 Đại học sư phạm HN

Bài 1. Cho x, y, z là ba số dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{z}}$.

Bài 2. Tìm tất cả bộ ba số dương thỏa mãn hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2x^{2004} = y^6 + z^6 \\ 2y^{2004} = z^6 + x^6 \\ 2z^{2004} = x^6 + y^6 \end{cases}$$

Bài 3. Giải phương trình :

$$\frac{2(x-\sqrt{2})(x-\sqrt{3})}{(1-\sqrt{2})(1-\sqrt{3})} + \frac{3(x-1)(x-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-\sqrt{3})} + \frac{4(x-1)(x-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 3x + 4.$$

Bài 4. Mỗi bộ ba số nguyên dương (x, y, z) thỏa mãn phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ được gọi là một nghiệm nguyên dương của phương trình này.

a) Hãy chỉ ra 4 nghiệm nguyên dương khác của phương trình đã cho.

b) Chứng minh rằng phương trình đã cho có vô số nghiệm nguyên dương.

Bài 5. Cho ΔABC đều nội tiếp đường tròn (O). Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A cắt các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) tương ứng tại M và N. Giả sử d cắt lại đường tròn (O) tại E (khác A), MC cắt BN tại F. Chứng minh rằng :

a) ΔACN đồng dạng với ΔMBA . ΔMBC đồng dạng với ΔBCN .

b) tứ giác BMEF là tứ giác nội tiếp

c) Đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định khi d thay đổi nhưng luôn đi qua A.

ĐỀ 53

Câu 1 : (GIAI PHƯƠNG TRÌNH)

- a) $3x^2 - 48 = 0$.
b) $x^2 - 10x + 21 = 0$.
c) $\frac{8}{x-5} + 3 = \frac{20}{x-5}$

Câu 2 : (2 điểm)

- a) Tìm các giá trị của a , b biết rằng đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm

A(2 ; - 1) và B ($\frac{1}{2}$; 2)

- b) Với giá trị nào của m thì đồ thị của các hàm số $y = mx + 3$; $y = 3x - 7$ và đồ thị của hàm số xác định ở câu (a) đồng quy .

Câu 3 (2 điểm) Cho hệ phương trình .

$$\begin{cases} mx - ny = 5 \\ 2x + y = n \end{cases}$$

- a) Giải hệ khi $m = n = 1$.

- b) Tìm m , n để hệ đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} + 1 \end{cases}$

Câu 4 : (3 điểm)

Cho tam giác vuông ABC ($\hat{C} = 90^\circ$) nội tiếp trong đường tròn tâm O . Trên cung nhỏ AC ta lấy một điểm M bất kỳ (M khác A và C) . Vẽ đường tròn tâm A bán kính AC , đường tròn này cắt đường tròn (O) tại điểm D (D khác C) . Đoạn thẳng BM cắt đường tròn tâm A ở điểm N .

- a) Chứng minh MB là tia phân giác của góc $\hat{C}MD$.
b) Chứng minh BC là tiếp tuyến của đường tròn tâm A nói trên .
c) So sánh góc CNM với góc MDN .
d) Cho biết $MC = a$, $MD = b$. Hãy tính đoạn thẳng MN theo a và b .

đề số 54

Câu 1 : (3 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{3x^2}{2}$ (P)

- a) Tính giá trị của hàm số tại $x = 0 ; -1 ; -\frac{1}{3} ; -2$.
- b) Biết $f(x) = \frac{9}{2}; -8; \frac{2}{3}; \frac{1}{2}$ tìm x .
- c) Xác định m để đường thẳng (D) : $y = x + m - 1$ tiếp xúc với (P) .

Câu 2 : (3 điểm)

Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2x - my = m^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

- a) Giải hệ khi $m = 1$.
- b) Giải và biện luận hệ phương trình .

Câu 3 : (1 điểm)

Lập phương trình bậc hai biết hai nghiệm của phương trình là :

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \quad x_2 = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$$

Câu 4 : (3 điểm)

Cho ABCD là một tứ giác nội tiếp . P là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

- a) Chứng minh hình chiếu vuông góc của P lên 4 cạnh của tứ giác là 4 đỉnh của một tứ giác có đường tròn nội tiếp .
- b) M là một điểm trong tứ giác sao cho ABMD là hình bình hành . Chứng minh rằng nếu góc CBM = góc CDM thì góc ACD = góc BCM .
- c) Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để :

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB \cdot CD + AD \cdot BC)$$

Đề số 55

Câu 1 (2 điểm) .

Giải phương trình

- a) $1 - x - \sqrt{3 - x} = 0$
- b) $x^2 - 2|x| - 3 = 0$

Câu 2 (2 điểm) .

Cho Parabol (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (D) : $y = px + q$.

Xác định p và q để đường thẳng (D) đi qua điểm A (- 1 ; 0) và tiếp xúc với (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm .

Câu 3 : (3 điểm)

Trong cùng một hệ trục tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$

và đường thẳng (D) : $y = mx - 2m - 1$

- Vẽ (P) .
- Tìm m sao cho (D) tiếp xúc với (P) .
- Chứng tỏ (D) luôn đi qua một điểm cố định .

Câu 4 (3 điểm) .

Cho tam giác vuông ABC (góc A = 90^0) nội tiếp đường tròn tâm O , kẻ đường kính AD .

- Chứng minh tứ giác ABCD là hình chữ nhật .
- Gọi M , N thứ tự là hình chiếu vuông góc của B , C trên AD , AH là đường cao của tam giác (H trên cạnh BC) . Chứng minh HM vuông góc với AC .
- Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MHN .
- Gọi bán kính đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp tam giác ABC là R và r . Chứng minh $R + r \geq \sqrt{AB.AC}$

Đề số 56

Câu 1 (3 điểm) .

Giải các phương trình sau .

- $x^2 + x - 20 = 0$.
- $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x}$
- $\sqrt{31-x} = x-1$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hàm số $y = (m - 2) x + m + 3$.

- Tìm điều kiện của m để hàm số luôn nghịch biến .
- Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3 .

- c) Tìm m để đồ thị các hàm số $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$ và $y = (m - 2)x + m + 3$ đồng quy.

Câu 3 (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 7x + 10 = 0$. Không giải phương trình tính.

- a) $x_1^2 + x_2^2$
b) $x_1^2 - x_2^2$
c) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

Câu 4 (4 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, đường phân giác trong của góc A cắt cạnh BC tại D và cắt đường tròn ngoại tiếp tại I.

- a) Chứng minh rằng OI vuông góc với BC.
b) Chứng minh $BI^2 = AI \cdot DI$.
c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC. Chứng minh góc BAH = góc CAO.
d) Chứng minh góc HAO = $\left| \frac{B}{C} \right| - \left| \frac{C}{B} \right|$

Đề số 57

Câu 1 (3 điểm). Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là đường cong Parabol (P).

- a) Chứng minh rằng điểm $A(-\sqrt{2}; 2)$ nằm trên đường cong (P).
b) Tìm m để đồ thị (d) của hàm số $y = (m - 1)x + m$ ($m \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$) cắt đường cong (P) tại một điểm.
c) Chứng minh rằng với mọi m khác 1 đồ thị (d) của hàm số $y = (m - 1)x + m$ luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 2 (2 điểm).

Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình với $m = 1$
b) Giải biện luận hệ phương trình theo tham số m .
c) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm thoả mãn $x^2 + y^2 = 1$.

Câu 3 (3 điểm)

Giải phương trình

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 5$$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Giả sử $\widehat{BAM} = \widehat{BCA}$.

- Chứng minh rằng tam giác ABM đồng dạng với tam giác CBA .
- Chứng minh : $BC^2 = 2 AB^2$. So sánh BC và đường chéo hình vuông cạnh là AB .
- Chứng tỏ BA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC .
- Đường thẳng qua C và song song với MA , cắt đường thẳng AB ở D . Chứng tỏ đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD tiếp xúc với BC .

Đề số 58

Câu 1 (3 điểm)

- Giải phương trình : $\sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{x-2}$
- Cho Parabol (P) có phương trình $y = ax^2$. Xác định a để (P) đi qua điểm A(-1; -2) . Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường trung trực của đoạn OA .

Câu 2 (2 điểm)

- Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{y-2} - \frac{3}{x-1} = 1 \end{cases}$$

- Xác định giá trị của m sao cho đồ thị hàm số (H) : $y = \frac{1}{x}$ và đường thẳng (D) : $y = -x + m$ tiếp xúc nhau .

Câu 3 (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m + 3 = 0$ (1).

- Giải phương trình với $m = 1$.
- Xác định giá trị của m để (1) có hai nghiệm trái dấu .
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3 . Tìm nghiệm kia .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình bình hành ABCD có đỉnh D nằm trên đường tròn đường kính AB . Hạ BN và DM cùng vuông góc với đường chéo AC .

Chứng minh :

- Tứ giác CBMD nội tiếp .

- b) Khi điểm D di động trên trên đồng tròn thì $\square BMD + \square BCD$ không đổi
c) $DB \cdot DC = DN \cdot AC$

Đề số 59

Câu 1 (3 điểm)

Giải các phương trình :

- a) $x^4 - 6x^2 - 16 = 0$.
b) $x^2 - 2|x| - 3 = 0$
c) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) + \frac{8}{9} = 0$

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (m+1)x + m^2 - 2m + 2 = 0$

(1)

- a) Giải phương trình với $m = 2$.
b) Xác định giá trị của m để phương trình có nghiệm kép . Tìm nghiệm kép đó .
c) Với giá trị nào của m thì $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị bé nhất , lớn nhất .

Câu 3 (4 điểm) .

Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đồng tròn tâm O . Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD , còn M là trung điểm của cạnh CD . Nối MI kéo dài cắt cạnh AB ở N . Từ B kẻ đường thẳng song song với MN , đường thẳng đó cắt các đường thẳng AC ở E . Qua E kẻ đường thẳng song song với CD , đường thẳng này cắt đường thẳng BD ở F .

- a) Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp .
b) Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng BF và $AI \cdot IE = IB^2$.
c) Chứng minh $\frac{NA}{NB} = \frac{IA^2}{IB^2}$

đề số 60

Câu 1 (2 điểm)

Phân tích thành nhân tử .

- a) $x^2 - 2y^2 + xy + 3y - 3x$.
b) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$.

Câu 2 (3 điểm)

Cho hệ phương trình .

$$\begin{cases} mx - y = 3 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình khi $m = 1$.
- Tìm m để hệ có nghiệm đồng thời thỏa mãn điều kiện ;
$$x + y - \frac{7(m-1)}{m^2 + 3} = 1$$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hai đường thẳng $y = 2x + m - 1$ và $y = x + 2m$.

- Tìm giao điểm của hai đường thẳng nói trên.
- Tìm tập hợp các giao điểm đó.

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O . A là một điểm ở ngoài đường tròn, từ A kẻ tiếp tuyến AM , AN với đường tròn, cát tuyến từ A cắt đường tròn tại B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của BC .

- Chứng minh rằng 5 điểm A, M, I, O, N nằm trên một đường tròn.
- Một đường thẳng qua B song song với AM cắt MN và MC lần lượt tại E và F . Chứng minh tứ giác $BENI$ là tứ giác nội tiếp và E là trung điểm của EF .

Đề số 61

Câu 1 (3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 2(m + n)x + 4mn = 0$.

- Giải phương trình khi $m = 1$; $n = 3$.
- Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m, n .
- Gọi x_1, x_2 , là hai nghiệm của phương trình. Tính $x_1^2 + x_2^2$ theo m, n .

Câu 2 (2 điểm)

Giải các phương trình.

- $x^3 - 16x = 0$
- $\sqrt{x} = x - 2$
- $\frac{1}{3-x} + \frac{14}{x^2 - 9} = 1$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = (2m - 3)x^2$.

- Khi $x < 0$ tìm các giá trị của m để hàm số luôn đồng biến.
- Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $(1, -1)$. Vẽ đồ thị với m vừa tìm được.

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC và đường kính BON . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC , Đường thẳng BH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại M .

- Chứng minh tứ giác $AMCN$ là hình thang cân.
- Gọi I là trung điểm của AC . Chứng minh H, I, N thẳng hàng.

3) Chứng minh rằng $BH = 2 OI$ và tam giác CHM cân .

Đề số 62

Câu 1 (2 điểm)

Cho phương trình : $x^2 + 2x - 4 = 0$. gọi x_1, x_2 , là nghiệm của phương trình .

Tính giá trị của biểu thức : $A = \frac{2x_1^2 + 2x_2^2 - 3x_1x_2}{x_1x_2^2 + x_1^2x_2}$

Câu 2 (3 điểm)

Cho hệ phương trình $\begin{cases} a^2x - y = -7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

- Giải hệ phương trình khi $a = 1$
- Gọi nghiệm của hệ phương trình là (x, y) . Tìm các giá trị của a để $x + y = 2$.

Câu 3 (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m - 1 = 0$.

- Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m .
- Gọi x_1, x_2 , là hai nghiệm của phương trình . Tìm m sao cho : $(2x_1 - x_2)(2x_2 - x_1)$ đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất ấy .
- Hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 mà không phụ thuộc vào m .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình thoi ABCD có góc $A = 60^\circ$. M là một điểm trên cạnh BC , đường thẳng AM cắt cạnh DC kéo dài tại N .

- Chứng minh : $AD^2 = BM.DN$.
- Đường thẳng DM cắt BN tại E . Chứng minh tứ giác BECD nội tiếp .
- Khi hình thoi ABCD cố định . Chứng minh điểm E nằm trên một cung tròn cố định khi m chạy trên BC .

Đề số 63

Câu 1 (3 điểm)

Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)^2 \cdot \frac{x^2 - 1}{2} - \sqrt{1 - x^2}$$

- 4) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa .
- 5) Rút gọn biểu thức A .
- 6) Giải phương trình theo x khi $A = -2$.

Câu 2 (1 điểm)

Giải phương trình :

$$\sqrt{5x-1}-\sqrt{3x-2}=\sqrt{x-1}$$

Câu 3 (3 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm $A (-2 , 2)$ và đường thẳng $(D) : y = -2(x+1)$.

- d) Điểm A có thuộc (D) hay không ?
- e) Tìm a trong hàm số $y = ax^2$ có đồ thị (P) đi qua A .
- f) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (D) .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ cố định , có độ dài cạnh là a . E là điểm di chuyển trên đoạn CD (E khác D) , đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F , đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K .

- 4) Chứng minh tam giác $ABF =$ tam giác ADK từ đó suy ra tam giác AFK vuông cân .
- 5) Gọi I là trung điểm của FK , Chứng minh I là tâm đường tròn đi qua A , C , F , K .
- 6) Tính số đo góc AIF , suy ra 4 điểm A , B , F , I cùng nằm trên một đường tròn .

Đề số 64

Câu 1 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{1}{2}x^2$

- 3) Nêu tập xác định , chiều biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- 4) Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $(2 , -6)$ có hệ số góc a và tiếp xúc với đồ thị hàm số trên .

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - mx + m - 1 = 0$.

- 3) Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 , x_2 . Tính giá trị của biểu thức .

$$M = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 1}{x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2} . \text{ Từ đó tìm } m \text{ để } M > 0 .$$

- 4) Tìm giá trị của m để biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất .

Câu 3 (2 điểm)

Giải phương trình :

c) $\sqrt{x-4} = 4-x$

d) $|2x+3| = 3-x$

Câu 4 (3 điểm)

Cho hai đồng tròn (O_1) và (O_2) có bán kính bằng R cắt nhau tại A và B , qua A vẽ cát tuyến cắt hai đồng tròn (O_1) và (O_2) thứ tự tại E và F , đồng thẳng EC , DF cắt nhau tại P .

4) Chứng minh rằng : $BE = BF$.

5) Một cát tuyến qua A và vuông góc với AB cắt (O_1) và (O_2) lần lượt tại C,D . Chứng minh tứ giác BEPF , BCPD nội tiếp và BP vuông góc với EF .

6) Tính diện tích phần giao nhau của hai đồng tròn khi $AB = R$.

Đề số 65

Câu 1 (3 điểm)

3) Giải bất phương trình : $|x+2| < |x-4|$

4) Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x thoả mãn .

$$\frac{2x+1}{3} > \frac{3x-1}{2} + 1$$

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $2x^2 - (m+1)x + m - 1 = 0$

c) Giải phương trình khi $m = 1$.

d) Tìm các giá trị của m để hiệu hai nghiệm bằng tích của chúng .

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = (2m+1)x - m + 3$ (1)

c) Tìm m biết đồ thị hàm số (1) đi qua điểm A (-2 ; 3) .

d) Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi giá trị của m .

Câu 4 (3 điểm)

Cho góc vuông xOy , trên Ox , Oy lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho $OA = OB$. M là một điểm bất kỳ trên AB .

Dựng đồng tròn tâm O_1 đi qua M và tiếp xúc với Ox tại A , đồng tròn tâm O_2 đi qua M và tiếp xúc với Oy tại B , (O_1) cắt (O_2) tại điểm thứ hai N .

4) Chứng minh tứ giác OANB là tứ giác nội tiếp và ON là phân giác của góc ANB .

5) Chứng minh M nằm trên một cung tròn cố định khi M thay đổi .

6) Xác định vị trí của M để khoảng cách O_1O_2 là ngắn nhất .

Đề số 66

Câu 1 (3 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right)$

c) Rút gọn biểu thức .

d) Tính giá trị của \sqrt{A} khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$

Câu 2 (2 điểm)

Giải phương trình : $\frac{2x-2}{x^2-36} - \frac{x-2}{x^2-6x} = \frac{x-1}{x^2+6x}$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = -\frac{1}{2}x^2$

c) Tìm x biết $f(x) = -8$; $-\frac{1}{8}$; 0 ; 2 .

d) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B nằm trên đồ thị có hoành độ lần lượt là -2 và 1 .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình vuông ABCD , trên cạnh BC lấy 1 điểm M . Đường tròn đường kính AM cắt đường tròn đường kính BC tại N và cắt cạnh AD tại E .

4) Chứng minh E, N, C thẳng hàng .

5) Gọi F là giao điểm của BN và DC . Chứng minh $\triangle BCF = \triangle CDE$

6) Chứng minh rằng MF vuông góc với AC .

Đề số 67

Câu 1 (3 điểm)

Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$$

d) Giải hệ phương trình khi $m = 1$.

e) Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số m .

f) Tìm m để $x - y = 2$.

Câu 2 (3 điểm)

3) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - x = y^2 - y \end{cases}$$

4) Cho phương trình bậc hai : $ax^2 + bx + c = 0$. Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $2x_1 + 3x_2$ và $3x_1 + 2x_2$.

Câu 3 (2 điểm)

Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . M là một điểm chuyển động trên đường tròn . Từ B hạ đường thẳng vuông góc với AM cắt CM ở D .

Chứng minh tam giác BMD cân

Câu 4 (2 điểm)

3) Tính : $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

4) Giải bất phương trình :

$$(x - 1)(2x + 3) > 2x(x + 3).$$

Đề số 68

Câu 1 (2 điểm)

Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+1} = 7 \\ \frac{5}{x-1} - \frac{2}{y-1} = 4 \end{cases}$$

Câu 2 (3 điểm)

Cho biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} : \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}}$

c) Rút gọn biểu thức A .

d) Coi A là hàm số của biến x vẽ đồ thị hàm số A .

Câu 3 (2 điểm)

Tìm điều kiện của tham số m để hai phương trình sau có nghiệm chung

$$x^2 + (3m + 2)x - 4 = 0 \text{ và } x^2 + (2m + 3)x + 2 = 0.$$

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O và đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm A, B . Từ một điểm M trên d vẽ hai tiếp tuyến ME, MF (E, F là tiếp điểm) .

3) Chứng minh góc EMO = góc OFE và đường tròn đi qua 3 điểm M, E, F đi qua 2 điểm cố định khi m thay đổi trên d .

4) Xác định vị trí của M trên d để tứ giác OEMF là hình vuông .

Đề số 69

Câu 1 (2 điểm)

Cho phương trình $(m^2 + m + 1)x^2 - (m^2 + 8m + 3)x - 1 = 0$

c) Chứng minh $x_1 x_2 < 0$.

- d) Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức :

$$S = x_1 + x_2.$$

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $3x^2 + 7x + 4 = 0$. Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 không giải phương trình lập phương trình bậc hai mà có hai nghiệm là :

$$\frac{x_1}{x_2 - 1} \text{ và } \frac{x_2}{x_1 - 1}.$$

Câu 3 (3 điểm)

- 4) Cho $x^2 + y^2 = 4$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $x + y$.

5) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

- 6) Giải phương trình : $x^4 - 10x^3 - 2(m - 11)x^2 + 2(5m + 6)x + 2m = 0$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Đường phân giác trong của góc A, B cắt đường tròn tâm O tại D và E, gọi giao điểm hai đường phân giác là I, đường thẳng DE cắt CA, CB lần lượt tại M, N.

- 4) Chứng minh tam giác AIE và tam giác BID là tam giác cân.
5) Chứng minh tứ giác AEMI là tứ giác nội tiếp và $MI \parallel BC$.
6) Tứ giác CMIN là hình gì ?

Đề số 70

Câu 1 (2 điểm)

Tìm m để phương trình $(x^2 + x + m)(x^2 + mx + 1) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 2 (3 điểm)

Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = 6 \end{cases}$$

- c) Giải hệ khi $m = 3$
d) Tìm m để phương trình có nghiệm $x > 1, y > 0$.

Câu 3 (1 điểm)

Cho x, y là hai số dương thỏa mãn $x^5 + y^5 = x^3 + y^3$. Chứng minh $x^2 + y^2 \leq 1 + xy$

Câu 4 (3 điểm)

- 4) Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Chứng minh $AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$

- 5) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đồng tròn (O) đồng kính AD. Đường cao của tam giác kẻ từ đỉnh A cắt cạnh BC tại K và cắt đồng tròn (O) tại E.
- d) Chứng minh : $DE // BC$.
- e) Chứng minh : $AB.AC = AK.AD$.
- f) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành.

Đề số 71

Câu 1 (2 điểm)

Trục căn thức ở mẫu các biểu thức sau :

$$A = \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}; \quad B = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2-\sqrt{2}}}; \quad C = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1}$$

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - (m+2)x + m^2 - 1 = 0$ (1)

- c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m thỏa mãn $x_1 - x_2 = 2$.
- d) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của m để phương trình có hai nghiệm khác nhau.

Câu 3 (2 điểm)

Cho $a = \frac{1}{2-\sqrt{3}}; b = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$

Lập một phương trình bậc hai có các hệ số bằng số và có các nghiệm là $x_1 =$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}+1}; x_2 = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+1}$$

Câu 4 (3 điểm)

Cho hai đồng tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A và B. Một đường thẳng đi qua A cắt đồng tròn (O_1), (O_2) lần lượt tại C, D, gọi I, J là trung điểm của AC và AD.

- 5) Chứng minh tứ giác $O_1 I J O_2$ là hình thang vuông.
- 6) Gọi M là giao điểm của CO_1 và DO_2 . Chứng minh O_1, O_2, M, B nằm trên một đồng tròn.
- 7) E là trung điểm của IJ, đường thẳng CD quay quanh A. Tìm tập hợp điểm E.
- 8) Xác định vị trí của dây CD để dây CD có độ dài lớn nhất.

Đề số 72

Câu 1 (3 điểm)

- 1) Vẽ đồ thị của hàm số : $y = \frac{x^2}{2}$
- 2) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (2; -2) và (1 ; -4)
- 6) Tìm giao điểm của đường thẳng vừa tìm được với đồ thị trên .

Câu 2 (3 điểm)

a) Giải phương trình :

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$$

b) Tính giá trị của biểu thức

$$S = x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} \text{ với } xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)} = a$$

Câu 3 (3 điểm)

Cho tam giác ABC , góc B và góc C nhọn . Các đường tròn đường kính AB , AC cắt nhau tại D . Một đường thẳng qua A cắt đường tròn đường kính AB , AC lần lượt tại E và F .

- 4) Chứng minh B , C , D thẳng hàng .
- 5) Chứng minh B , C , E , F nằm trên một đường tròn .
- 6) Xác định vị trí của đường thẳng qua A để EF có độ dài lớn nhất .

Câu 4 (1 điểm)

Cho $F(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{1+x}$

- c) Tìm các giá trị của x để F(x) xác định .
- d) Tìm x để F(x) đạt giá trị lớn nhất .

Đề số 73

Câu 1 (3 điểm)

- 4) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$
- 5) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm (2 ; -2) và (1 ; -4)
- 6) Tìm giao điểm của đường thẳng vừa tìm được với đồ thị trên .

Câu 2 (3 điểm)

3) Giải phương trình :

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$$

4) Giải phương trình :

$$\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5$$

Câu 3 (3 điểm)

Cho hình bình hành ABCD , đường phân giác của góc BAD cắt DC và BC theo thứ tự tại M và N . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNC

- 3) Chứng minh các tam giác DAM , ABN , MCN , là các tam giác cân .
- 4) Chứng minh B , C , D , O nằm trên một đường tròn .

Câu 4 (1 điểm)

Cho $x + y = 3$ và $y \geq 2$. Chứng minh $x^2 + y^2 \geq 5$

Đề số 74

Câu 1 (3 điểm)

- 4) Giải phương trình : $\sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} = 8$
- 5) Xác định a để tổng bình phương hai nghiệm của phương trình $x^2 + ax + a - 2 = 0$ là bé nhất .

Câu 2 (2 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm A (3 ; 0) và đường thẳng $x - 2y = - 2$

- d) Vẽ đồ thị của đường thẳng . Gọi giao điểm của đường thẳng với trục tung và trục hoành là B và E .
- e) Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng $x - 2y = -2$.
- f) Tìm tọa độ giao điểm C của hai đường thẳng đó . Chứng minh rằng EO. EA = EB . EC và tính diện tích của tứ giác OACB .

Câu 3 (2 điểm)

Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình :

$$x^2 - (m+1)x + m^2 - 2m + 2 = 0 \quad (1)$$

- c) Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm kép , hai nghiệm phân biệt .
- d) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị bé nhất , lớn nhất .

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Kẻ đường cao AH , gọi trung điểm của AB , BC theo thứ tự là M , N và E , F theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của của B , C trên đường kính AD .

- c) Chứng minh rằng MN vuông góc với HE .
- d) Chứng minh N là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF .

Đề số 75

Câu 1 (2 điểm)

So sánh hai số : $a = \frac{9}{\sqrt{11} - \sqrt{2}} ; b = \frac{6}{3 - \sqrt{3}}$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2x + y = 3a - 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Gọi nghiệm của hệ là (x, y) , tìm giá trị của a để $x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (2 điểm)

Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$

Câu 4 (3 điểm)

1) Cho tứ giác lồi ABCD các cặp cạnh đối AB, CD cắt nhau tại P và BC, AD cắt nhau tại Q. Chứng minh rằng đồng tròn ngoại tiếp các tam giác ABQ, BCP, DCQ, ADP cắt nhau tại một điểm.

6) Cho tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp. Chứng minh

$$\frac{AB \cdot AD + CB \cdot CD}{BA \cdot BC + DC \cdot DA} = \frac{AC}{BD}$$

Câu 4 (1 điểm)

Cho hai số dương x, y có tổng bằng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của :

$$S = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{3}{4xy}$$

Đề số 76

Câu 1 (2 điểm)

Tính giá trị của biểu thức :

$$P = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$$

Câu 2 (3 điểm)

3) Giải và biện luận phương trình :

$$(m^2 + m + 1)x^2 - 3m = (m + 2)x + 3$$

4) Cho phương trình $x^2 - x - 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Hãy lập

phương trình bậc hai có hai nghiệm là : $\frac{x_1}{1 - x_2}; \frac{x_2}{1 - x_1}$

Câu 3 (2 điểm)

Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức : $P = \frac{2x - 3}{x + 2}$ là nguyên.

Câu 4 (3 điểm)

Cho đồng tròn tâm O và cát tuyến CAB (C ở ngoài đồng tròn). Từ điểm chính giữa của cung lớn AB kẻ đường kính MN cắt AB tại I, CM cắt đồng tròn tại E, EN cắt đường thẳng AB tại F.

- 4) Chứng minh tứ giác MEFI là tứ giác nội tiếp .
- 5) Chứng minh góc CAE bằng góc MEB .
- 6) Chứng minh : $CE \cdot CM = CF \cdot CI = CA \cdot CB$

Đề số 77

Câu 1 (2 điểm)

Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 - 5xy - 2y^2 = 3 \\ y^2 + 4xy + 4 = 0 \end{cases}$$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{x^2}{4}$ và $y = -x - 1$

- c) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ .
- d) Viết phương trình các đường thẳng song song với đường thẳng $y = -x - 1$ và cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ tại điểm có tung độ là 4 .

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 4x + q = 0$

- c) Với giá trị nào của q thì phương trình có nghiệm .
- d) Tìm q để tổng bình phương các nghiệm của phương trình là 16 .

Câu 3 (2 điểm)

- 3) Tìm số nguyên nhỏ nhất x thỏa mãn phương trình :

$$|x - 3| + |x + 1| = 4$$

- 4) Giải phương trình :

$$3\sqrt{x^2 - 1} - x^2 - 1 = 0$$

Câu 4 (2 điểm)

Cho tam giác vuông ABC (góc A = 90°) có $AC < AB$, AH là đường cao kẻ từ đỉnh A . Các tiếp tuyến tại A và B với đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC cắt nhau tại M . Đoạn MO cắt cạnh AB ở E , MC cắt đường cao AH tại F . Kéo dài CA cho cắt đường thẳng BM ở D . Đường thẳng BF cắt đường thẳng AM ở N .

- d) Chứng minh $OM \parallel CD$ và M là trung điểm của đoạn thẳng BD .
- e) Chứng minh $EF \parallel BC$.
- f) Chứng minh HA là tia phân giác của góc MHN .

Đề số 78

Câu 1 : (2 điểm)

Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hàm số $y = 3x + m$ (*)

- 1) Tính giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua : a) A(-1 ; 3) ; b) B(- 2 ; 5)
- 2) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là - 3 .
- 3) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là - 5 .

Câu 2 : (2,5 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$

- a) Rút gọn biểu thức A .
- b) Tính giá trị của A khi $x = 7 + 4\sqrt{3}$
- c) Với giá trị nào của x thì A đạt giá trị nhỏ nhất .

Câu 3 : (2 điểm)

Cho phương trình bậc hai : $x^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{5} = 0$ và gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 và x_2 . Không giải phương trình , tính giá trị của các biểu thức sau :

- | | |
|--|------------------------------|
| a) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ | b) $x_1^2 + x_2^2$ |
| c) $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$ | d) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ |

Câu 4 (3.5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A và một điểm D nằm giữa A và B . Đờng tròn đờng kính BD cắt BC tại E . Các đờng thẳng CD , AE lần lượt cắt đờng tròn tại các điểm thứ hai F , G . Chứng minh :

- a) Tam giác ABC đờng dạng với tam giác EBD .
- b) Tứ giác ADEC và AFBC nội tiếp đờng trong một đờng tròn .
- c) AC song song với FG .
- d) Các đờng thẳng AC , DE và BF đờng quy .

Đề số 79

Câu 1 (2,5 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{a+2}{a-2}$

- a) Với những giá trị nào của a thì A xác định .
- b) Rút gọn biểu thức A .
- c) Với những giá trị nguyên nào của a thì A có giá trị nguyên .

Câu 2 (2 điểm)

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định . Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ . Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ . Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc đầu .

Câu 3 (2 điểm)

a) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 3 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases}$$

b) Giải phương trình :
$$\frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{x-5}{2x^2+10x} = \frac{x+25}{2x^2-50}$$

Câu 4 (4 điểm)

Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho AC = 10 cm ; CB = 40 cm . Vẽ về cùng một nửa mặt phẳng bờ là AB các nửa đường tròn đồng kính theo thứ tự là AB , AC , CB có tâm lần lượt là O , I , K . Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn (O) ở E . Gọi M , N theo thứ tự là giao điểm của EA , EB với các nửa đường tròn (I) , (K) . Chứng minh :

- EC = MN .
- MN là tiếp tuyến chung của các nửa đường tròn (I) và (K) .
- Tính độ dài MN .
- Tính diện tích hình được giới hạn bởi ba nửa đường tròn .

Đề 80

Câu 1 (2 điểm)

Cho biểu thức :
$$A = \frac{1+\sqrt{1-a}}{1-a+\sqrt{1-a}} + \frac{1-\sqrt{1+a}}{1+a-\sqrt{1+a}} + \frac{1}{\sqrt{1+a}}$$

- Rút gọn biểu thức A .
- Chứng minh rằng biểu thức A luôn dương với mọi a .

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1 , x_2 thỏa mãn $3x_1 - 4x_2 = 11$.
- Tìm đẳng thức liên hệ giữa x_1 và x_2 không phụ thuộc vào m .
- Với giá trị nào của m thì x_1 và x_2 cùng dương .

Câu 3 (2 điểm)

Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B cách nhau 300 km . Ô tô thứ nhất mỗi giờ chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 10 km nên đến B sớm hơn ô tô thứ hai 1 giờ . Tính vận tốc mỗi xe ô tô .

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . M là một điểm trên cung AC (không chứa B) kẻ MH vuông góc với AC ; MK vuông góc với BC .

1) Chứng minh tứ giác MHKC là tứ giác nội tiếp .

2) Chứng minh $\widehat{AMB} = \widehat{HMK}$

3) Chứng minh ΔAMB đồng dạng với ΔHMK .

Câu 5 (1 điểm)

Tìm nghiệm dương của hệ :
$$\begin{cases} xy(x+y) = 6 \\ yz(y+z) = 12 \\ zx(z+x) = 30 \end{cases}$$

ĐỀ 81

(Thi tuyển sinh lớp 10 - THPT năm 2006 - 2007 - 120 phút - Ngày 28 / 6 / 2006

Câu 1 (3 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

a) $4x + 3 = 0$

b) $2x - x^2 = 0$

2) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5 + y = 4x \end{cases}$$

Câu 2 (2 điểm)

1) Cho biểu thức : $P = \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+2} + \frac{4\sqrt{a}-4}{4-a}$ ($a > 0$; $a \neq 4$)

a) Rút gọn P .

b) Tính giá trị của P với $a = 9$.

2) Cho phương trình : $x^2 - (m+4)x + 3m + 3 = 0$ (m là tham số)

a) Xác định m để phương trình có một nghiệm bằng 2 . Tìm nghiệm còn lại .

b) Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1 ; x_2 thoả mãn

$$x_1^3 + x_2^3 \geq 0$$

Câu 3 (1 điểm)

Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 180 km . Một ô tô đi từ A đến B , nghỉ 90 phút ở B , rồi lại từ B về A . Thời gian lúc đi đến lúc trở về A là 10 giờ . Biết vận tốc lúc về kém vận tốc lúc đi là 5 km/h . Tính vận tốc lúc đi của ô tô .

Câu 4 (3 điểm)

Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AD . Hai đường chéo AC , BD cắt nhau tại E . Hình chiếu vuông góc của E trên AD là F . Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M . Giao điểm của BD và CF là N

Chứng minh :

- a) CEFD là tứ giác nội tiếp .
- b) Tia FA là tia phân giác của góc BFM .
- c) $BE \cdot DN = EN \cdot BD$

Câu 5 (1 điểm)

Tìm m để giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{2x+m}{x^2+1}$ bằng 2 .

ĐỀ 82

(Thi tuyển sinh lớp 10 - THPT năm 2006 - 2007 - 120 phút - Ngày 30 / 6 / 2006

Câu 1 (3 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

a) $5(x - 1) = 2$

b) $x^2 - 6 = 0$

2) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = 3x - 4$ với hai trục tọa độ .

Câu 2 (2 điểm)

1) Giả sử đường thẳng (d) có phương trình : $y = ax + b$.

Xác định a , b để (d) đi qua hai điểm A (1 ; 3) và B (- 3 ; - 1)

2) Gọi $x_1 ; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 4 = 0$ (m là tham số)

Tìm m để : $|x_1| + |x_2| = 5$

3) Rút gọn biểu thức : $P = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} (x \geq 0; x \neq 0)$

Câu 3(1 điểm)

Một hình chữ nhật có diện tích 300 m^2 . Nếu giảm chiều rộng đi 3 m , tăng chiều dài thêm 5m thì ta được hình chữ nhật mới có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ban đầu . Tính chu vi hình chữ nhật ban đầu .

Câu 4 (3 điểm)

Cho điểm A ở ngoài đường tròn tâm O . Kẻ hai tiếp tuyến AB , AC với đường tròn (B , C là tiếp điểm) . M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC ($M \neq B ; M \neq C$) . Gọi D , E , F tương ứng là hình chiếu vuông góc của M trên các đường thẳng AB , AC , BC ; H là giao điểm của MB và DF ; K là giao điểm của MC và EF .

1) Chứng minh :

a) MECF là tứ giác nội tiếp .

b) MF vuông góc với HK .

2) Tìm vị trí của M trên cung nhỏ BC để tích MD . ME lớn nhất .

Câu 5 (1 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho điểm A (-3 ; 0) và Parabol (P) có phương trình $y = x^2$. Hãy tìm tọa độ của điểm M thuộc (P) để cho độ dài đoạn thẳng AM nhỏ nhất .

Dạng 2 Một số đề khác

ĐỀ SỐ 83

Câu 1.

1. Chứng minh $\sqrt{9 + 4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} + 1$.

2. Rút gọn phép tính $A = \sqrt{4 - \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}$.

Câu 2. Cho phương trình $2x^2 + 3x + 2m - 1 = 0$

1. Giải phương trình với $m = 1$.

2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Câu 3. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là $1200m^2$. Nay người ta tu bổ bằng cách tăng chiều rộng của vườn thêm 5m, đồng thời rút bớt chiều dài 4m thì mảnh vườn đó có diện tích $1260m^2$. Tính kích thước mảnh vườn sau khi tu bổ.

Câu 4. Cho đường tròn O đường kính AB . Người ta vẽ đường tròn A bán kính nhỏ hơn AB , nó cắt đường tròn (O) tại C và D , cắt AB tại E . Tròn cung nhỏ CE của (A) , ta lấy điểm M . Tia BM cắt tiếp (O) tại N .

a) Chứng minh BC, BD là các tiếp tuyến của đường tròn (A) .

b) Chứng minh NB là phân giác của góc CND .

c) Chứng minh tam giác CNM đồng dạng với tam giác MND .

d) Giả sử $CN = a; DN = b$. Tính MN theo a và b .

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x^2 + 3x + 4$.

ĐỀ SỐ 84

Câu 1. Tìm hai số biết hiệu của chúng bằng 10 và tổng của 6 lần số lớn với 2 lần số bé là 116.

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - 7x + m = 0$

a) Giải phương trình khi $m = 1$.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình. Tính $S = x_1^2 + x_2^2$.

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Câu 3. Cho tam giác DEF có $\angle D = 60^\circ$, các góc E, F là góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Các đường cao EI, FK, I thuộc DF, K thuộc DE.

a) Tính số đo cung EF khụng chứa điểm D.

b) Chứng minh EFIK nội tiếp đợc.

c) Chứng minh tam giác DEF đồng dạng với tam giác DIK và tìm tỉ số đồng dạng.

Câu 4. Cho a, b là 2 số dương, chứng minh rằng

$$\sqrt{(\sqrt{a^2 + b^2} - a)(\sqrt{a^2 + b^2} - b)} = \frac{a + b - \sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{2}}$$

ĐỀ SỐ 85

Câu 1. Thực hiện phép tính

a) $\left(2\sqrt{6} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{8}\right) \cdot 3\sqrt{6}$

b) $\frac{2}{3 + \sqrt{5}} + \frac{2}{3 - \sqrt{5}}$

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - 2x - 3m^2 = 0$ (1).

a) Giải phương trình khi $m = 0$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

c) Chứng minh phương trình $3m^2x^2 + 2x - 1 = 0$ ($m \neq 0$) luôn có hai nghiệm phân biệt và mỗi nghiệm của nó là nghịch đảo của một nghiệm của phương trình (1).

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông cõn tại A, AD là trung tuyến. Lấy điểm M bất kỳ trên đoạn AD ($M \neq A$; $M \neq D$). Gọi I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB, AC; H là hình chiếu vuông góc của I trên đường thẳng DK.

a) Tứ giác AIMK là hình gì?

b) Chứng minh 5 điểm A, I, M, H, K cùng nằm trên một đường tròn.

Xác định tâm của đường tròn đó.

c) Chứng minh ba điểm B, M, H thẳng hàng.

Câu 4. Tìm nghiệm hữu tỉ của phương trình $\sqrt{2\sqrt{3} - 3} = \sqrt{x\sqrt{3}} - \sqrt{y\sqrt{3}}$

ĐỀ SỐ 86

Câu 1. Cho biểu thức $P = \left[\frac{a + 3\sqrt{a} + 2}{(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 1)} - \frac{a + \sqrt{a}}{a - 1} \right] : \left(\frac{1}{\sqrt{a} + 1} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right)$

a) Rút gọn P.

b) Tìm a để $\frac{1}{P} - \frac{\sqrt{a} + 1}{8} \geq 1$

Câu 2. Một ca nư xuối dũng từ A đến B dài 80km, sau đó lại ngược dũng đến C cõch B 72km, thời gian ca nư xuối dũng ớt hơn thời gian ngược dũng là 15 phđt. Tõnh vận tốc riờng của ca nư, biết vận tốc của dũng nước là 4km/h.

Câu 3. Tõnh tọa độ giao điểm A và B của hai đồ thị cõc hàm số $y = 2x + 3$ và $y = x^2$. Gọi D và C lần lượt là hõnh chiếu vuông gúc của A và B lên trục hoành. Tõnh diện tích tứ giỏc ABCD.

Câu 4. Cho (O) đường kớnh $AB = 2R$, C là trung điểm của OA và dõy MN vuông gúc với OA tại C. Gọi K là điểm tự ý trờn cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh tứ giỏc BCHK nội tiếp đũng.

b) Tõnh tích AH.AK theo R.

c) Xỏc định vị trí của K để tổng $(KM + KN + KB)$ đạt giỏ trị lớn nhất và tõnh giỏ trị lớn nhất đó.

Câu 5. Cho hai số dương x, y thoả món điều kiện $x + y = 2$.

Chứng minh $x^2y^2(x^2 + y^2) \leq 2$

ĐỀ SỐ 87

Câu 1. Cho biểu thức $P = \left(1 + \frac{\sqrt{x}}{x + 1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1} \right) - 1$

a) Tõnh điều kiện để P cú nghĩa và rút gọn P.

b) Tõnh cõc giỏ trị nguyên của x để biểu thức $P - \sqrt{x}$ nhận giỏ trị nguyên.

Câu 2.

a) Giải phương trõnh $x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 4x + 1 = 0$.

b) Giải hệ
$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ 2x^2 - 3xy + 5 = 0 \end{cases}$$

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho (P) cú phương trõnh $y = \frac{-x^2}{2}$.

Gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm I(0; - 2) và cú hệ số gúc k.

a) Viết phương trình đường thẳng (d). Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B khi k thay đổi.

b) Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của A, B lên trục hoành. Chứng minh rằng tam giác IHK vuông tại I.

Câu 4. Cho (O; R), AB là đường kính cố định. Đường thẳng (d) là tiếp tuyến của (O) tại B. MN là đường kính thay đổi của (O) sao cho MN vuông góc với AB và $M \neq A, M \neq B$. Cắt đường thẳng AM, AN cắt đường thẳng (d) tương ứng tại C và D. Gọi I là trung điểm của CD, H là giao điểm của AI và MN. Khi MN thay đổi, chứng minh rằng:

a) Tích $AM.AC$ không đổi.

b) Bốn điểm C, M, N, D cùng thuộc một đường tròn.

c) Điểm H luôn thuộc một đường tròn cố định.

d) Tâm J của đường tròn ngoại tiếp tam giác HIB luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 5. Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x + y = 1$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{xy}$.

ĐỀ SỐ 88

Câu 1.

a) Giải phương trình $5x^2 + 6 = 7x - 2$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

c) Tính $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

Câu 2. Cho (P) $y = -2x^2$

a) Trong các điểm sau điểm nào thuộc, không thuộc (P)? tại sao?

$$A(-1; -2); \quad B\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); \quad C(\sqrt{2}; -4)$$

b) Tìm k để đường thẳng (d): $y = kx + 2$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

c) Chứng minh điểm $E(m; m^2 + 1)$ không thuộc (P) với mọi giá trị của m.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A, góc B lớn hơn góc C. Kẻ đường cao AH. Trên đoạn HC đặt $HD = HB$. Từ C kẻ CE vuông góc với AD tại E.

a) Chứng minh các tam giác AHB và AHD bằng nhau.

b) Chứng minh tứ giác AHCE nội tiếp và hai góc HCE và HAE bằng nhau.

c) Chứng minh tam giác AHE cân tại H.

d) Chứng minh $DE \cdot CA = DA \cdot CE$

e) Tính góc BCA nếu $HE \parallel CA$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi số thực x khác 0 và thỏa mãn $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ với mọi x khác 0. Tính giá trị $f(2)$.

ĐỀ SỐ 89

Câu 1.

a) Tính $\left(2\sqrt{1\frac{9}{16}} - \sqrt{5\frac{1}{16}}\right) : \sqrt{16}$

b) Giải hệ $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ x + y = 6 \end{cases}$

c) Chứng minh rằng $3 - \sqrt{2}$ là nghiệm của phương trình $x^2 - 6x + 7 = 0$.

Câu 2. Cho (P): $y = \frac{1}{3}x^2$.

a) Các điểm $A\left(1; \frac{1}{3}\right)$; $B(0; \sqrt{5})$; $C(-\sqrt{3}; 1)$, điểm nào thuộc (P)?

Giải thích?

b) Tìm k để (d) có phương trình $y = kx - 3$ tiếp xúc với (P).

c) Chứng tỏ rằng đường thẳng $x = \sqrt{2}$ cắt (P) tại một điểm duy nhất. Xác định tọa độ giao điểm đó.

Câu 3. Cho (O;R), đường kính AB cố định, CD là đường kính di động. Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại B; các đường thẳng AC, AD cắt d lần lượt tại P và Q.

a) Chứng minh góc PAQ vuông.

b) Chứng minh tứ giác CPQD nội tiếp được.

c) Chứng minh trung tuyến AI của tam giác APQ vuông góc với đường thẳng CD.

d) Xác định vị trí của CD để diện tích tứ giác CPQD bằng 3 lần diện tích tam giác ABC.

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 2x^2 + 2xy + y^2 - 2x + 2y + 1$.

ĐỀ SỐ 90

Câu 1.

1. Cho $P = \left(1 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a+1}}\right) \left(1 - \frac{a - \sqrt{a}}{-1 + \sqrt{a}}\right)$; $a \geq 0, a \neq 1$

a) Rút gọn P.

b) Tìm a biết $P > -\sqrt{2}$.

c) Tìm a biết $P = \sqrt{a}$.

2. Chứng minh rằng $\sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}} = 5 + 3\sqrt{2}$

Câu 2. Cho phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m = 0$ (1)

a) Giải phương trình khi $m = -1$.

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

c) Gọi hai nghiệm của (1) là x_1, x_2 . Hãy lập phương trình nhận

$\frac{x_1}{x_2}; \frac{x_2}{x_1}$ làm nghiệm.

Câu 3. Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O, đường kính AD. Đường cao AH, đường phân giác AN của tam giác cắt (O) tương ứng tại các điểm Q và P.

a) Chứng minh: $DQ \parallel BC$ và OP vuông góc với QD.

b) Tính diện tích tam giác AQD biết bán kính đường tròn là R và

$\text{tg} \angle QAD = \frac{3}{4}$.

Câu 4.

a) Giả sử phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm dương x_1 . Chứng minh rằng phương trình $cx^2 + bx + a = 0$ cũng có nghiệm dương là x_2 và $x_1 + x_2 \geq 0$.

b) Tìm cặp số (x, y) thỏa mãn phương trình $x^2y + 2xy - 4x + y = 0$ sao cho y đạt giá trị lớn nhất.

ĐỀ SỐ 9

Câu 1.

1. Cho $P = \frac{(1-2x)^2 - 16x^2}{1-4x^2}$; $x \neq \pm \frac{1}{2}$

a) Chứng minh $P = \frac{-2}{1-2x}$

b) Tính P khi $x = \frac{3}{2}$

2. Tính $Q = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5 - \sqrt{24}}}{\sqrt{12}}$

Câu 2. Cho hai phương trình ẩn x sau:

$$x^2 + x - 2 = 0 \quad (1); \quad x^2 + (3b - 2a)x - 6a = 0 \quad (2)$$

a) Giải phương trình (1).

b) Tìm a và b để hai phương trình đủ tương đương.

c) Với $b = 0$. Tìm a để phương trình (2) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 7$

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông ở A và góc B lớn hơn góc C, AH là đường cao, AM là trung tuyến. Đường tròn tâm H bán kính HA cắt đường thẳng AB ở D và đường thẳng AC ở E.

a) Chứng minh D, H, E thẳng hàng.

b) Chứng minh $\angle MAE = \angle DAE$; $MA \perp DE$.

c) Chứng minh bốn điểm B, C, D, E nằm trên đường tròn tâm O. Tứ giác AMOH là hình gì?

d) Cho góc ACB bằng 30° và $AH = a$. Tính diện tích tam giác HEC.

Câu 4. Giải phương trình $\sqrt{\frac{ax^2 - ax - a^2 + 4a - 1}{a}} = x - 2$. Với ẩn x, tham số a.

ĐỀ SỐ 10

Câu 1.

1. Rút gọn $(2 + \sqrt{3} - \sqrt{2})(2 - \sqrt{3} - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.

2. Cho $x = \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}$ với $a < 0, b < 0$.

a) Chứng minh $x^2 - 4 \geq 0$.

b) Rút gọn $F = \sqrt{x^2 - 4}$.

Câu 2. Cho phương trình $(-x^2 + 2)(x^2 - 2mx + 9) = 0$ (*); x là ẩn, m là tham số.

a) Giải (*) khi $m = -5$.

b) Tìm m để (*) có nghiệm kép.

Câu 3. Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là (P); hàm số $y = 2x - 3$ có đồ thị là (d).

1. Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy. Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d).

2. Cho điểm $M(-1; -2)$, bằng phép tính hãy cho biết điểm M thuộc ở phía trên hay phía dưới đồ thị (P), (d).

3. Tìm những giá trị của x sao cho đồ thị (P) ở phía trên đồ thị (d).

Câu 4. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp (O), E là hình chiếu của B trên AC. Đường thẳng qua E song song với tiếp tuyến Ax của (O) cắt AB tại F.

1. Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp.

2. Góc DFE (D thuộc cạnh BC) nhận tia FC làm phân giác trong và H là giao điểm của BE với CF. Chứng minh A, H, D thẳng hàng.

3. Tia DE cắt tiếp tuyến Ax tại K. Tam giác ABC là tam giác gì? Tứ giác AFEK là hình bình hành, là hình thoi? Giải thích.

Câu 5. Hãy tính $F = x^{-1999} + y^{-1999} + z^{-1999}$ theo a. Trong đó x, y, z là nghiệm của phương trình:

$$\sqrt{x + y + z - a} + \sqrt{(xy + yz + zx)a - xyz} = 0; \quad \forall a \neq 0$$

ĐỀ SỐ 11

Câu 1.

1. Giải bất phương trình, hệ phương trình, phương trình

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 2x - 6 \leq 0 & \text{b) } x^2 + x - 6 = 0 & \text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - y = 7 \end{cases} \end{array}$$

2. Từ kết quả của phần 1. Suy ra nghiệm của bất phương trình, phương trình, hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 2\sqrt{y} - 6 \leq 0 & \text{b) } t + \sqrt{t} - 6 = 0 & \text{c) } \begin{cases} 2|p| + 3|q| = 12 \\ 3|p| - |q| = 7 \end{cases} \end{array}$$

Câu 2.

1. Chứng minh $(1 - 2a)^2 + 3 + 12a = (2 + 2a)^2$.

2. Rút gọn

$$\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}} + 2 \right) \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right) (24 + 8\sqrt{6}) \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \right)$$

Câu 3. Cho tam giác ABC ($AC > AB$) có AM là trung tuyến, N là điểm bất kỳ trên đoạn AM. Đường tròn (O) đường kính AN.

1. Đường tròn (O) cắt phần góc trong AD của góc A tại F, cắt phần góc ngoài góc A tại E. Chứng minh FE là đường kính của (O).

2. Đường tròn (O) cắt AB, AC lần lượt tại K, H. Đoạn KH cắt AD tại I. Chứng minh hai tam giác AKF và KIF đồng dạng.

3. Chứng minh $FK^2 = FI \cdot FA$.

4. Chứng minh $NH \cdot CD = NK \cdot BD$.

Câu 4. Rút gọn

$$T = \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{1999^2} + \frac{1}{2000^2}}$$

ĐỀ SỐ 12

Câu 1. Giải các phương trình sau

1) $4x - 1 = 2x + 5$ 2) $x^2 - 8x + 15 = 0$ 3)

$$\frac{x^2 - 8x + 15}{2x - 6} = 0$$

Câu 2.

1. Chứng minh $3 - 2\sqrt{2} = (1 - \sqrt{2})^2$.

2. Rút gọn $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.

3. Chứng minh

$$\left[\frac{1}{2\sqrt{2} - \sqrt{7}} - (3\sqrt{2} + \sqrt{17}) \right]^2 = \left[\frac{1}{2\sqrt{2} - \sqrt{17}} - (2\sqrt{2} + \sqrt{17}) \right]^2$$

Câu 3. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng (điểm B thuộc đoạn AC). Đường tròn (O) đi qua B và C, đường kính DE vuông góc với BC tại K. AD cắt (O) tại F, EF cắt AC tại I.

1. Chứng minh tứ giác DFIK nội tiếp được.

2. Gọi H là điểm đối xứng với I qua K. Chứng minh góc DHA và góc DEA bằng nhau.

3. Chứng minh $AI \cdot KE \cdot KD = KI \cdot AB \cdot AC$.

4. AT là tiếp tuyến (T là tiếp điểm) của (O). Điểm T chạy trên đường nào khi (O) thay đổi nhưng luôn đi qua hai điểm B, C.

Câu 4.

1. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, G là trọng tâm. Gọi x, y, z lần lượt là khoảng cách từ G tới các cạnh a, b, c . Chứng minh

$$\frac{x}{bc} = \frac{y}{ac} = \frac{z}{ab}$$

2. Giải phương trình

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{y-3} + \sqrt{z+24} = 104 - \left(\frac{25}{\sqrt{x+1}} + \frac{4}{\sqrt{y-3}} + \frac{2025}{\sqrt{z+24}} \right)$$

ĐỀ SỐ 13

Câu 1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 = 0 \\ x^2 - 2xy + 1 = 0 \end{cases}$$

Câu 2. Giải bất phương trình $(x - 1)(x + 2) < x^2 + 4$.

Câu 3.

1. Rút gọn biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} + \sqrt{175} - 2\sqrt{2}$.

2. Với giá trị nào của m thì phương trình $2x^2 - 4x - m + 3 = 0$ (m là tham số) vô nghiệm.

Câu 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Vẽ trung tuyến AM, phân giác AD của góc BAC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM cắt AB tại P và cắt AC tại Q.

1. Chứng minh $\angle BAM = \angle PQM$; $\angle BPD = \angle BMA$.

2. Chứng minh $BD \cdot AM = BA \cdot DP$.

3. Giả sử $BC = a$; $AC = b$; $BD = m$. Tính tỉ số $\frac{BP}{BM}$ theo a, b, m .

4. Gọi E là điểm chính giữa cung PAQ và K là trung điểm đoạn PQ. Chứng minh ba điểm D, K, E thẳng hàng.

ĐỀ SỐ 14

Câu 1.

1. Giải bất phương trình $(x + 1)(x - 4) < 0$.
2. Giải và biện luận bất phương trình $1 + x \geq mx + m$ với m là tham số.

Câu 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{3}{2x - y} - \frac{6}{x + y} = -1 \\ \frac{1}{2x - y} - \frac{1}{x - y} = 0 \end{cases}$$

Câu 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = x^2 + 26y^2 - 10xy + 14x - 76y + 59$. Khi đó x, y có giá trị bằng bao nhiêu?

Câu 4. Cho hình thoi ABCD có góc nhọn $\angle BAD = \alpha$. Vẽ tam giác đều CDM về phía ngoài hình thoi và tam giác đều AKD sao cho đỉnh K thuộc mặt phẳng chứa đỉnh B (nửa mặt phẳng bờ AC).

1. Tìm tâm của đường tròn đi qua 4 điểm A, K, C, M.
2. Chứng minh rằng nếu $AB = a$, thì $BD = 2a \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$.
3. Tính góc ABK theo α .
4. Chứng minh 3 điểm K, L, M nằm trên một đường thẳng.

Câu 5. Giải phương trình $x = (\sqrt{x} + 2)(1 - \sqrt{1 - \sqrt{x}})^2$

ĐỀ SỐ 15

Câu 1. Tính

a) $\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}$ b) $\frac{\sqrt{4m^2 - 4m + 1}}{4m - 2}$

Câu 2.

1. Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{x^2}{2}$.

2. Tìm a, b để đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $(0; -1)$ và tiếp xúc với (P)

Câu 3. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + my = -3 \\ (1-m)x + y = 0 \end{cases}$$

a) Giải hệ với $m = 2$.

b) Tìm m để hệ có nghiệm âm ($x < 0; y < 0$).

Câu 4. Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2r$, C là trung điểm của cung AB. Tròn cung AC lấy điểm F bất kỳ. Tròn dây BF lấy điểm E sao cho $BE = AF$.

a) Hai tam giác AFC và BEC qua hệ với nhau như thế nào? Tại sao?

b) Chứng minh tam giác EFC vuông cân.

c) Gọi D là giao điểm của AC với tiếp tuyến tại B của nửa đường tròn. Chứng minh tứ giác BECD nội tiếp được.

d) Giả sử F di động trên cung AC. Chứng minh rằng khi đó E di chuyển trên một cung tròn. Hãy xác định cung tròn và bán kính của cung tròn đó.

ĐỀ SỐ 16

Câu 1.

1. Tìm bốn số tự nhiên liên tiếp, biết rằng tích của chúng bằng 3024.

2. Có thể tìm được hay không ba số a, b, c sao cho:

$$\frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-c} + \frac{c}{c-a} = \frac{a}{(a-b)^2} + \frac{b}{(b-c)^2} + \frac{c}{(c-a)^2} = 0$$

Câu 2.

1. Cho biểu thức

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{8\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-x-3}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right)$$

a) Rút gọn B.

b) Tính giá trị của B khi $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

c) Chứng minh rằng $B \leq 1$ với mọi giá trị của x thỏa mãn $x \geq 0; x \neq 1$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x-y)(x^2+y^2) = 5 \\ (x+y)(x^2-y^2) = 9 \end{cases}$$

Câu 3. Cho hàm số: $y = \sqrt{x^2+1} + \sqrt{2(x^2-2)} + \sqrt{3(7-x^2)}$

1. Tìm khoảng xác định của hàm số.

2. Tính giá trị lớn nhất của hàm số và cực giá trị tương ứng của x trong khoảng xác định đó.

Câu 4. Cho $(O; r)$ và hai đường kính bất kỳ AB và CD . Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC và BD tại hai điểm tương ứng là E, F . Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của EA và AF .

1. Chứng minh rằng trực tâm H của tam giác BPQ là trung điểm của đoạn OA .

2. Hai đường kính AB và CD có vị trí tương đối như thế nào thì tam giác BPQ có diện tích nhỏ nhất? Hãy tính diện tích đó theo r .

ĐỀ SỐ 17

Câu 1. Cho a, b, c là ba số dương.

$$\text{Đặt } x = \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}; y = \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}; z = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

Chứng minh rằng $a + c = 2b \Leftrightarrow x + y = 2z$.

Câu 2. Xác định giá trị của a để tổng bình phương cực nghiệm của phương trình:

$$x^2 - (2a - 1)x + 2(a - 1) = 0, \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Câu 3. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x^2 + xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 185 \\ (x^2 - xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 65 \end{cases}$$

Câu 4. Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A và B . Vẽ dây AE của (O_1) tiếp xúc với (O_2) tại A ; vẽ dây AF của (O_2) tiếp xúc với (O_1) tại A .

1. Chứng minh rằng $\frac{BE}{BF} = \frac{AE^2}{AF^2}$.

2. Gọi C là điểm đối xứng với A qua B . Cứ nhận xét về hai tam giác EBC và FBC .

3. Chứng minh tứ giác $AECF$ nội tiếp được.

ĐỀ SỐ 18

Câu 1.

1. Giải các phương trình:

$$a) \frac{2 - 1\frac{1}{2}}{x} = \frac{9}{10} + \frac{3}{\left(2\frac{1}{2}\right)^2} \qquad b) 2x^2 - 1 = 5x - 4$$

2. Giải các hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} x - y = -3 \\ xy = 10 \end{cases} \qquad b) \begin{cases} 3x = 2y = 6z \\ x + y + z = 18 \end{cases}$$

Câu 2.

1. Rút gọn $\frac{(5\sqrt{3} + \sqrt{50})(5 - \sqrt{24})}{(\sqrt{75} - 5\sqrt{2})}$

2. Chứng minh $\sqrt{a}(2 - \sqrt{a}) \leq 1; \forall a \geq 0.$

Câu 3. Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp trong đường tròn, P là một điểm trên cung nhỏ AC (P khác A và C). AP kéo dài cắt đường thẳng BC tại M.

- a) Chứng minh $\angle ABP = \angle AMB.$
- b) Chứng minh $AB^2 = AP \cdot AM.$
- c) Giả sử hai cung AP và CP bằng nhau, Chứng minh $AM \cdot MP = AB \cdot BM.$
- d) Tìm vị trí của M trên tia BC sao cho $AP = MP.$
- e) Gọi MT là tiếp tuyến của đường tròn tại T, chứng minh AM, AB, MT là ba cạnh của một tam giác vuông.

Câu 4. Cho $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_{1996}}{b_{1996}} = \frac{27}{7}.$ Tính

$$\frac{(a_1)^{1997} + 2(a_2)^{1997} + \dots + 1996(a_{1996})^{1997}}{(b_1)^{1997} + 2(b_2)^{1997} + \dots + 1996(b_{1996})^{1997}}$$

ĐỀ SỐ 19

Câu 1.

1. Giải hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{2-y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{2-y} = 1 \end{cases}$$

2. Tính a) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$ b) $\frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{2-\sqrt{20}}$

Câu 2.

1. Cho phương trình $x^2 - ax + a + 1 = 0$.

a) Giải phương trình khi $a = -1$.

b) Xác định giá trị của a , biết rằng phương trình có một nghiệm là $x_1 = \frac{3}{2}$. Với giá trị tìm được của a , hãy tính nghiệm thứ hai của phương trình.

2. Chứng minh rằng nếu $a + b \geq 2$ thì ít nhất một trong hai phương trình sau đây có nghiệm: $x^2 + 2ax + b = 0$; $x^2 + 2bx + a = 0$.

Câu 3. Cho tam giác ABC có $AB = AC$. Cạnh AB, BC, CA tiếp xúc với (O) tại các điểm tương ứng D, E, F.

1. Chứng minh $DF \parallel BC$ và ba điểm A, O, E thẳng hàng.

2. Gọi giao điểm thứ hai của BF với (O) là M và giao điểm của DM với BC là N. Chứng minh hai tam giác BFC và DNB đồng dạng; N là trung điểm của BE.

3. Gọi (O') là đường tròn đi qua ba điểm B, O, C. Chứng minh AB, AC là các tiếp tuyến của (O').

Câu 4. Cho $(x + \sqrt{x^2 + \sqrt{1999}})(y + \sqrt{y^2 + 1999}) = \sqrt{1999}$. Tính $S = x + y$.

ĐỀ SỐ 20

Câu 1.

1. Cho $M = \left(\frac{1}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{1-a} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{1-a^2}} + 1 \right)$

a) Tìm tập xác định của M.

b) Rút gọn biểu thức M.

c) Tính giá trị của M tại $a = \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$.

2. Tính $\sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{|40\sqrt{2} + 57|}$

Câu 2.

1. Cho phương trình $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình khi $m = 1$.

b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép.

c) Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt, tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào m.

2. Cho ba số a, b, c thỏa mãn $a > 0; a^2 = bc; a + b + c = abc$. Chứng minh:

a) $a \geq \sqrt{3}, b > 0, c > 0$.

b) $b^2 + c^2 \geq 2a^2$

Câu 3. Cho (O) và một dây ABM tùy ý trên cung lớn AB.

1. Nêu cách dựng (O₁) qua M và tiếp xúc với AB tại A; đường tròn (O₂) qua M và tiếp xúc với AB tại B.

2. Gọi N là giao điểm thứ hai của hai đường tròn (O₁) và (O₂).

Chứng minh $\angle AMB + \angle ANB = 180^\circ$. Có nhận xét gì về độ lớn của góc ANB khi M di động.

3. Tia MN cắt (O) tại S. Tứ giác ANBS là hình gì?

4. Xác định vị trí của M để tứ giác ANBS có diện tích lớn nhất.

Câu 4. Giả sử hệ $\begin{cases} ax+by=c \\ bx+cy=a \\ cx+ay=b \end{cases}$ có nghiệm. Chứng minh rằng: $a^3 + b^3 + c^3 =$

$3abc$.

ĐỀ SỐ 21

câu 1:(3 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \frac{1}{4}\sqrt{120} - \sqrt{\frac{15}{2}}$$

$$B = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} - (3 + \sqrt{3} - 2\sqrt{2})$$

$$C = \frac{4x - \sqrt{9x^2 - 6x + 1}}{1 - 49x^2} \quad x < \frac{1}{3}; x \neq \pm \frac{1}{7}$$

câu 2:(2,5 điểm)

Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ (P)

- Vẽ đồ thị của hàm số (P)
- Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y=2x+m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt A và B. Khi đó hãy tìm tọa độ hai điểm A và B.

câu 3: (3 điểm)

Cho đồng tròn tâm (O), đường kính AC. Trên đoạn OC lấy điểm B ($B \neq C$) và vẽ đồng tròn tâm (O') đường kính BC. Gọi M là trung điểm của đoạn AB. Qua M kẻ một dây cung DE vuông góc với AB. CD cắt đồng tròn (O') tại điểm I.

- Tứ giác ADBE là hình gì? Tại sao?
- Chứng minh 3 điểm I, B, E thẳng hàng.
- Chứng minh rằng MI là tiếp tuyến của đồng tròn (O') và $MI^2 = MB \cdot MC$.

câu 4: (1,5 điểm)

Giả sử x và y là 2 số thoả mãn $x > y$ và $xy = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{x^2 + y^2}{x - y}$.

ĐỀ SỐ 22

câu 1: (3 điểm)

Cho hàm số $y = \sqrt{x}$.

- Tìm tập xác định của hàm số.
- Tính y biết: a) $x=9$; b) $x=(1-\sqrt{2})^2$
- Các điểm: A(16;4) và B(16;-4) điểm nào thuộc đồ thị của hàm số, điểm nào không thuộc đồ thị của hàm số? Tại sao?
Không vẽ đồ thị, hãy tìm hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đồ thị hàm số $y=x-6$.

câu 2: (1 điểm)

Xét phương trình: $x^2 - 12x + m = 0$ (x là ẩn).

Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn điều kiện $x_2 = x_1^2$.

câu 3:(5 điểm)

Cho đồng tròn tâm B bán kính R và đồng tròn tâm C bán kính R' cắt nhau tại A và D. Kẻ các đường kính ABE và ACF.

a. Tính các góc ADE và ADF. Từ đó chứng minh 3 điểm E, D, F thẳng hàng.

b. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC và N là giao điểm của các đường thẳng AM và EF. Chứng minh tứ giác ABNC là hình bình hành.

c. Trên các nửa đồng tròn đường kính ABE và ACF không chứa điểm D ta lần lượt lấy các điểm I và K sao cho góc ABI bằng góc ACK (điểm I không thuộc đường thẳng NB; K không thuộc đường thẳng NC)

Chứng minh tam giác BNI bằng tam giác CKN và tam giác NIK là tam giác cân.

d. Giả sử rằng $R < R'$.

1. Chứng minh $AI < AK$.

2. Chứng minh $MI < MK$.

câu 4:(1 điểm)

Cho a, b, c là số đo của các góc nhọn thoả mãn:

$\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c \geq 2$. Chứng minh: $(\operatorname{tga} \cdot \operatorname{tgb} \cdot \operatorname{tgc})^2 \leq 1/8$.

ĐỀ SỐ 23

câu 1: (2,5 điểm)

Giải các phương trình sau:

a. $x^2 - x - 12 = 0$

b. $x = \sqrt{3x + 4}$

câu 2: (3,5 điểm)

Cho Parabol $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2mx - m^2 + 4$.

a. Tìm hoành độ của các điểm thuộc Parabol biết tung độ của chúng

b. Chứng minh rằng Parabol và đường thẳng (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt. Tìm tọa độ giao điểm của chúng. Với giá trị nào của m thì tổng các tung độ của chúng đạt giá trị nhỏ nhất?

câu 3: (4 điểm)

Cho ΔABC có 3 góc nhọn. Các đường cao AA' , BB' , CC' cắt nhau tại H ; M là trung điểm của cạnh BC .

1. Chứng minh tứ giác $AB'HC'$ nội tiếp đợc trong đờng tròn.
2. P là điểm đối xứng của H qua M . Chứng minh rằng:
 - a. Tứ giác $BHCP$ là hình bình hành.
 - b. P thuộc đờng tròn ngoại tiếp ΔABC .
3. Chứng minh: $A'B.A'C = A'A.A'H$.
4. Chứng minh: $\frac{HA'}{HA} \cdot \frac{HB'}{HB} \cdot \frac{HC'}{HC} \leq \frac{1}{8}$

ĐỀ SỐ 24

câu 1: (1,5 điểm)

Cho biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{4 - 2x}$$

1. Với giá trị nào của x thì biểu thức A có nghĩa?
2. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1,999$

câu 2: (1,5 điểm)

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y-2} = -1 \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y-2} = 5 \end{cases}$$

câu 3: (2 điểm)

Tìm giá trị của a để phương trình:

$$(a^2 - a - 3)x^2 + (a + 2)x - 3a^2 = 0$$

nhận $x=2$ là nghiệm. Tìm nghiệm còn lại của phương trình?

câu 4: (4 điểm)

Cho ΔABC vuông ở đỉnh A. Trên cạnh AB lấy điểm D không trùng với đỉnh A và đỉnh B. Đường tròn đường kính BD cắt cạnh BC tại E. Đường thẳng AE cắt đường tròn đường kính BD tại điểm thứ hai là G. Đường thẳng CD cắt đường tròn đường kính BD tại điểm thứ hai là F. Gọi S là giao điểm của các đường thẳng AC và BF. Chứng minh:

1. Đường thẳng $AC // FG$.
2. $SA \cdot SC = SB \cdot SF$
3. Tia ES là phân giác của $\angle AEF$.

câu 5: (1 điểm)

Giải phương trình:

$$x^2 + x + 12\sqrt{x+1} = 36$$

ĐỀ SỐ 24

câu 1: (2 điểm)

Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} + 1 \right) \cdot \left(\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} - 1 \right); a \geq 0, a \neq 1.$$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm $a \geq 0$ và $a \neq 1$ thoả mãn đẳng thức: $A = -a^2$

câu 2: (2 điểm)

Trên hệ trục tọa độ Oxy cho các điểm $M(2;1)$, $N(5;-1/2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = ax + b$

1. Tìm a và b để đường thẳng (d) đi qua các điểm M và N?
2. Xác định tọa độ giao điểm của đường thẳng MN với các trục Ox và Oy.

câu 3: (2 điểm)

Cho số nguyên dương gồm 2 chữ số. Tìm số đó, biết rằng tổng của 2 chữ số bằng $1/8$ số đã cho; nếu thêm 13 vào tích của 2 chữ số sẽ được một số viết theo thứ tự ngược lại số đã cho.

câu 4: (3 điểm)

Cho ΔPBC nhọn. Gọi A là chân đường cao kẻ từ đỉnh P xuống cạnh BC . Đường tròn đường kính BC cắt cạnh PB và PC lần lượt ở M và N . Nối N với A cắt đường tròn đường kính BC tại điểm thứ 2 là E .

1. Chứng minh 4 điểm A, B, N, P cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn ấy?
2. Chứng minh EM vuông góc với BC .
3. Gọi F là điểm đối xứng của N qua BC . Chứng minh rằng: $AM \cdot AF = AN \cdot AE$

câu 5: (1 điểm)

Giả sử n là số tự nhiên. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}} < 2$$

ĐỀ SỐ 25

câu 1: (1,5 điểm)

Rút gọn biểu thức:

$$M = \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{a}} ; a \geq 0, a \neq 1.$$

câu 2: (1,5 điểm)

Tìm 2 số x và y thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

câu 3: (2 điểm)

Hai người cùng làm chung một công việc sẽ hoàn thành trong 4h. Nếu mỗi người làm riêng để hoàn thành công việc thì thời gian người thứ nhất làm ít hơn người thứ 2 là 6h. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải làm trong bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

câu 4: (2 điểm)

Cho hàm số:

$$\begin{aligned} y &= x^2 & (P) \\ y &= 3x - m^2 & (d) \end{aligned}$$

1. Chứng minh rằng với bất kỳ giá trị nào của m , đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

2. Gọi y_1 và y_2 là tung độ các giao điểm của đường thẳng (d) và (P).
Tìm m để có đẳng thức $y_1 + y_2 = 11y_1y_2$

câu 5: (3 điểm)

Cho ΔABC vuông ở đỉnh A. Trên cạnh AC lấy điểm M (khác với các điểm A và C). Vẽ đường tròn (O) đồng kính MC. Gọi T là giao điểm thứ hai của cạnh BC với đường tròn (O). Nối BM và kéo dài cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D. Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là S. Chứng minh:

1. Tứ giác ABTM nội tiếp được trong đường tròn.
2. Khi điểm M di chuyển trên cạnh AC thì góc ADM có số đo không đổi.
3. Đường thẳng $AB \parallel ST$.

ĐỀ SỐ 26

câu 1: (2 điểm)

Cho biểu thức:

$$S = \left(\frac{\sqrt{y}}{x + \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{y}}{x - \sqrt{xy}} \right) : \frac{2\sqrt{xy}}{x - y}; \quad x > 0, y > 0, x \neq y.$$

1. Rút gọn biểu thức trên.
2. Tìm giá trị của x và y để $S=1$.

câu 2: (2 điểm)

Trên parabol $y = \frac{1}{2}x^2$ lấy hai điểm A và B. Biết hoành độ của điểm A là $x_A = -2$ và tung độ của điểm B là $y_B = 8$. Viết phương trình đường thẳng AB.

câu 3: (1 điểm)

Xác định giá trị của m trong phương trình bậc hai:

$$x^2 - 8x + m = 0$$

để $4 + \sqrt{3}$ là nghiệm của phương trình. Với m vừa tìm được, phương trình đã cho còn một nghiệm nữa. Tìm nghiệm còn lại ấy?

câu 4: (4 điểm)

Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$ và $AB > CD$) nội tiếp trong đường tròn (O). Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A và tại D cắt nhau tại E. Gọi I là giao điểm của các đường chéo AC và BD.

1. Chứng minh tứ giác AEDI nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh $EI // AB$.
3. Đồng thẳng EI cắt các cạnh bên AD và BC của hình thang tương ứng ở R và S . Chứng minh rằng:
 - a. I là trung điểm của đoạn RS .
 - b. $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{RS}$

câu 5: (1 điểm)

Tìm tất cả các cặp số $(x; y)$ nghiệm đúng phương trình:
 $(16x^4+1).(y^4+1) = 16x^2y^2$

ĐỀ SỐ 27

câu 1: (2 điểm)

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{5}{x+y} = 2 \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{x+y} = 1,7 \end{cases}$$

câu 2: (2 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{x}{\sqrt{x-x}}$; $x > 0, x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tính giá trị của A khi $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

câu 3: (2 điểm)

Cho đường thẳng d có phương trình $y=ax+b$. Biết rằng đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành bằng 1 và song song với đường thẳng $y=-2x+2003$.

1. Tìm a và b .
2. Tìm tọa độ các điểm chung (nếu có) của d và parabol $y = \frac{-1}{2}x^2$

câu 4: (3 điểm)

Cho đường tròn (O) có tâm là điểm O và một điểm A cố định nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ các tiếp tuyến AP và AQ với đường tròn (O) , P và Q là các tiếp điểm. Đường thẳng đi qua O và vuông góc với OP cắt đường thẳng AQ tại M .

1. Chứng minh rằng $MO=MA$.
2. Lấy điểm N trên cung lớn PQ của đường tròn (O) sao cho tiếp tuyến tại N của đường tròn (O) cắt các tia AP và AQ tương ứng tại B và C.
 - a. Chứng minh rằng $AB+AC-BC$ không phụ thuộc vị trí điểm N.
 - b. Chứng minh rằng nếu tứ giác BCQP nội tiếp đường tròn thì $PQ//BC$.

câu 5: (1 điểm)

Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + \sqrt{x+2} = \sqrt{x^2 + 3x + 2} + \sqrt{x-3}$

ĐỀ SỐ 28

câu 1: (3 điểm)

1. Đơn giản biểu thức:

$$P = \sqrt{14 + 6\sqrt{5}} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$$

2. Cho biểu thức:

$$Q = \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}; x > 0, x \neq 1.$$

- a. Chứng minh $Q = \frac{2}{x-1}$

- b. Tìm số nguyên x lớn nhất để Q có giá trị là số nguyên.

câu 2: (3 điểm)

Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} (a+1)x + y = 4 \\ ax + y = 2a \end{cases} \quad (a \text{ là tham số})$$

1. Giải hệ khi $a=1$.
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của a, hệ luôn có nghiệm duy nhất (x;y) sao cho $x+y \geq 2$.

câu 3: (3 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính $AB=2R$. Đường thẳng (d) tiếp xúc với đường tròn (O) tại A. M và Q là hai điểm phân biệt, chuyển động trên (d) sao cho M khác A và Q khác A. Các đường thẳng BM và BQ lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm thứ hai là N và P.

Chứng minh:

1. $BM \cdot BN$ không đổi.
2. Tứ giác MNPQ nội tiếp đợc trong đường tròn.
3. Bất đẳng thức: $BN+BP+BM+BQ > 8R$.

câu 4: (1 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$y = \frac{x^2 + 2x + 6}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$$

ĐỀ SỐ 29

câu 1: (2 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức $P = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.

2. Chứng minh: $\frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = a - b$; $a > 0, b > 0$.

câu 2: (3 điểm)

Cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình:

(P): $y = x^2/2$; (d): $y = mx - m + 2$ (m là tham số).

1. Tìm m để đường thẳng (d) và (P) cùng đi qua điểm có hoành độ bằng $x = 4$.

2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

3. Giả sử $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ là tọa độ các giao điểm của đường thẳng (d) và (P). Chứng minh rằng $y_1 + y_2 \geq (2\sqrt{2} - 1)(x_1 + x_2)$.

câu 3: (4 điểm)

Cho BC là dây cung cố định của đường tròn tâm O, bán kính R ($0 < BC < 2R$). A là điểm di động trên cung lớn BC sao cho ΔABC nhọn. Các đường cao AD, BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H (D thuộc BC, E thuộc CA, F thuộc AB).

1. Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp trong một đường tròn. Từ đó suy ra $AE \cdot AC = AF \cdot AB$.

2. Gọi A' là trung điểm của BC. Chứng minh $AH = 2A'O$.

3. Kẻ đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (O) tại A. Đặt S là diện tích của ΔABC , 2p là chu vi của ΔDEF .

a. Chứng minh: $d // EF$.

b. Chứng minh: $S = pR$.

câu 4: (1 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{9x^2 + 16} = 2\sqrt{2x + 4} + 4\sqrt{2 - x}$

ĐỀ SỐ 30

bài 1: (2 điểm)

Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} \right); x > 0, x \neq 1, x \neq 4.$$

1. Rút gọn A.
2. Tìm x để A = 0.

bài 2: (3,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình:

$$(P): y = x^2$$

$$(d): y = 2(a-1)x + 5 - 2a; \text{ (a là tham số)}$$

1. Với a=2 tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P).
2. Chứng minh rằng với mọi a đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
3. Gọi hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) là x_1, x_2 . Tìm a để $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

bài 3: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Điểm I nằm giữa A và O (I khác A và O). Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN (C khác M, N, B). Nối AC cắt MN tại E. Chứng minh:

1. Tứ giác IECB nội tiếp.
2. $AM^2 = AE \cdot AC$
3. $AE \cdot AC - AI \cdot IB = AI^2$

bài 4: (1 điểm)

Cho $a \geq 4, b \geq 5, c \geq 6$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 90$

Chứng minh: $a + b + c \geq 16$.

ĐỀ SỐ 31

câu 1: (1,5 điểm)

Rút gọn biểu thức:

$$\frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$\left(2 + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}\right) \cdot \left(2 - \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}\right); x \geq 0, x \neq 1$$

câu 2: (2 điểm)

Quãng đường AB dài 180 km. Cùng một lúc hai ô tô khởi hành từ A để đến B. Do vận tốc của ô tô thứ nhất hơn vận tốc của ô tô thứ hai là 15 km/h nên ô tô thứ nhất đến sớm hơn ô tô thứ hai 2h. Tính vận tốc của mỗi ô tô?

câu 3: (1,5 điểm)

Cho parabol $y=2x^2$.

Không vẽ đồ thị, hãy tìm:

1. Tọa độ giao điểm của đường thẳng $y=6x-4,5$ với parabol.
2. Giá trị của k, m sao cho đường thẳng $y=kx+m$ tiếp xúc với parabol tại điểm A(1;2).

câu 4: (5 điểm)

Cho ΔABC nội tiếp trong đường tròn (O). Khi kẻ các đường phân giác của các góc B, góc C, chúng cắt đường tròn lần lượt tại điểm D và điểm E thì $BE=CD$.

1. Chứng minh ΔABC cân.
2. Chứng minh BCDE là hình thang cân.
3. Biết chu vi của ΔABC là $16n$ (n là một số dương cho trước), BC bằng $\frac{3}{8}$ chu vi ΔABC .
 - a. Tính diện tích của ΔABC .
 - b. Tính diện tích tổng ba hình viên phân giới hạn bởi đường tròn (O) và ΔABC .

ĐỀ SỐ 32

bài 1:

Tính giá trị của biểu thức sau:

$$\frac{\sqrt{15}}{1-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}$$
$$\frac{x-\sqrt{3}}{x+1} ; x = 2\sqrt{3} + 1$$
$$\frac{(2+\sqrt{3x})^2 - (\sqrt{3x}+1)^2}{2\sqrt{3x}+3}$$

bài 2:

Cho hệ phương trình (ẩn là x, y):

$$\begin{cases} 19x - ny = \frac{-a}{2} \\ 2x - y = \frac{7}{3}a \end{cases}$$

1. Giải hệ với n=1.
2. Với giá trị nào của n thì hệ vô nghiệm.

bài 3:

Một tam giác vuông chu vi là 24 cm, tỉ số giữa cạnh huyền và một cạnh góc vuông là 5/4. Tính cạnh huyền của tam giác.

bài 4:

Cho tam giác cân ABC đỉnh A nội tiếp trong một đường tròn. Các đường phân giác BD, CE cắt nhau tại H và cắt đường tròn lần lượt tại I, K.

1. Chứng minh BCIK là hình thang cân.
2. Chứng minh DB.DI=DA.DC.
3. Biết diện tích tam giác ABC là 8cm², đáy BC là 2cm. Tính diện tích của tam giác HBC.
4. Biết góc BAC bằng 45⁰, diện tích tam giác ABC là 6 cm², đáy BC là n(cm). Tính diện tích mỗi hình viên phân ở phía ngoài tam giác ABC.

ĐỀ SỐ 33

câu I: (1,5 điểm)

1. Giải phương trình $\sqrt{x+2} + x = 4$
2. Tam giác vuông có cạnh huyền bằng 5cm. Diện tích là 6cm^2 . Tính độ dài các cạnh góc vuông.

câu II: (2 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{x\sqrt{x+1}}{x-\sqrt{x+1}} ; x \geq 0$

1. Rút gọn biểu thức.
2. Giải phương trình $A=2x$.
3. Tính giá trị của A khi $x = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$.

câu III: (2 điểm)

Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y=-2x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y=3x+m$.

1. Khi $m=1$, tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d).
2. Tính tổng bình phương các hoành độ giao điểm của (P) và (d) theo m.

câu IV:(3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. M là một điểm trên đoạn BC (M khác B và C). đường thẳng đi qua M và vuông góc với BC cắt các đường thẳng AB tại D, AC tại E. Gọi F là giao điểm của hai đường thẳng CD và BE.

1. Chứng minh các tứ giác BFDM và CEFM là các tứ giác nội tiếp.
2. Gọi I là điểm đối xứng của A qua BC. Chứng minh F, M, I thẳng hàng.

câu V: (1,5 điểm)

Tam giác ABC không có góc tù. Gọi a, b, c là độ dài các cạnh, R là bán kính của đường tròn ngoại tiếp, S là diện tích của tam giác. Chứng minh bất đẳng thức:

$$R \geq \frac{4S}{a+b+c}$$

Dấu bằng xảy ra khi nào?

ĐỀ SỐ 34

câu I:

1. Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a^2-1}-\sqrt{a^2+a}} + \frac{1}{\sqrt{a-1}+\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a^3-a}}{\sqrt{a-1}}; a > 1.$$

2. Chứng minh rằng nếu phương trình $\sqrt{9x^2+3x+1}-\sqrt{9x^2-3x+1}=a$ có nghiệm thì $-1 < a < 1$.

câu II:

Cho phương trình $x^2+px+q=0$; $q \neq 0$ (1)

1. Giải phương trình khi $p = \sqrt{2}-1$; $q = -\sqrt{2}$.
2. Cho $16q=3p^2$. Chứng minh rằng phương trình có 2 nghiệm và nghiệm này gấp 3 lần nghiệm kia.
3. Giả sử phương trình có 2 nghiệm trái dấu, chứng minh phương trình $qx^2+px+1=0$ (2) cũng có 2 nghiệm trái dấu. Gọi x_1 là nghiệm âm của phương trình (1), x_2 là nghiệm âm của phương trình (2). Chứng minh $x_1+x_2 \leq -2$.

câu III:

Trong mặt phẳng Oxy cho đồ thị (P) của hàm số $y=-x^2$ và đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1;-2)$ có hệ số góc k.

1. Chứng minh rằng với mọi giá trị của k đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại 2 điểm A, B. Tìm k cho A, B nằm về hai phía của trục tung.
2. Gọi $(x_1;y_1)$ và $(x_2;y_2)$ là tọa độ của các điểm A, B nói trên tìm k cho tổng $S=x_1+y_1+x_2+y_2$ đạt giá trị lớn nhất.

câu IV:

Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. Gọi (T) là đường tròn đồng kính BC; (d) là đường thẳng vuông góc với AC tại A; M là một điểm trên (T) khác B và C; P, Q là các giao điểm của các đường thẳng BM, CM với (d); N là giao điểm (khác C) của CP và đường tròn.

1. Chứng minh 3 điểm Q, B, N thẳng hàng.
2. Chứng minh B là tâm đường tròn nội tiếp tam giác AMN.
3. Cho $BC=2AB=2a$ ($a > 0$ cho trước). Tính độ dài nhỏ nhất của đoạn PQ khi M thay đổi trên (T).

câu V:

Giải phương trình

$$(1-m)x^2 + 2(x^2+3-m)\sqrt{x} + m^2 - 4m + 3 = 0; m \geq 3, x \text{ là ẩn.}$$

ĐỀ SỐ 35

câu I: (2 điểm)

Cho biểu thức: $F = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$

1. Tìm các giá trị của x để biểu thức trên có nghĩa.
2. Tìm các giá trị $x \geq 2$ để $F=2$.

câu II: (2 điểm)

Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2xy - z^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{ở đó } x, y, z \text{ là ẩn})$$

1. Trong các nghiệm (x_0, y_0, z_0) của hệ phương trình, hãy tìm tất cả những nghiệm có $z_0 = -1$.
2. Giải hệ phương trình trên.

câu III: (2,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m = 0 \quad (1)$

1. Giả sử phương trình (1) có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Lập phương trình bậc hai có 2 nghiệm là $t_1 = 1 - x_1$ và $t_2 = 1 - x_2$.
2. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1 < 1 < x_2$.

câu IV: (2 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) có đường kính AB và một dây cung CD. Gọi E và F tương ứng là hình chiếu vuông góc của A và B trên đường thẳng CD.

1. Chứng minh E và F nằm phía ngoài đường tròn (O).
2. Chứng minh $CE = DF$.

câu V: (1,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính AB cố định và dây cung MN đi qua trung điểm H của OB. Gọi I là trung điểm của MN. Từ A kẻ tia Ax vuông góc với MN cắt tia BI tại C. Tìm tập hợp các điểm C khi dây MN quay xung quanh điểm H.

ĐỀ SỐ 36

câu 1: (2,5 điểm)

1. Giải các phương trình:

a. $3x^2 + 6x - 20 = \sqrt{x^2 + 2x + 8}$

b. $\sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x-2)} = 2\sqrt{x(x-3)}$

2. Lập phương trình bậc 2 có các nghiệm là: $x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

3. Tính giá trị của $P(x) = x^4 - 7x^2 + 2x + 1 + \sqrt{5}$, khi $x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$.

câu 2: (1,5 điểm)

Tìm điều kiện của a, b cho hai phương trình sau tương đương:

$$x^2 + 2(a+b)x + 2a^2 + b^2 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + 2(a-b)x + 3a^2 + b^2 = 0 \quad (2)$$

câu 3: (1,5 điểm)

Cho các số $x_1, x_2, \dots, x_{1996}$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_{1996} = 2 \\ x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{1996}^2 = \frac{1}{499} \end{cases}$$

câu 4: (4,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao AA_1, BB_1, CC_1 cắt nhau tại I. Gọi A_2, B_2, C_2 là các giao điểm của các đoạn thẳng IA, IB, IC với đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_1B_1C_1$.

1. Chứng minh A_2 là trung điểm của IA.

2. Chứng minh $S_{ABC} = 2 \cdot S_{A_1C_2B_1A_2C_1B_2}$.

3. Chứng minh $\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C - 2$ và

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C \leq 9/4.$$

(Trong đó S là diện tích của các hình).

ĐỀ SỐ 37

câu 1: (2,5 điểm)

1. Cho 2 số sau:

$$a = 3 + 2\sqrt{6}$$

$$b = 3 - 2\sqrt{6}$$

Chứng tỏ $a^3 + b^3$ là số nguyên. Tìm số nguyên ấy.

2. Số nguyên lớn nhất không vượt quá x gọi là phần nguyên của x và ký hiệu là $[x]$. Tìm $[a^3]$.

câu 2: (2,5 điểm)

Cho đường thẳng (d) có phương trình là $y = mx - m + 1$.

1. Chứng tỏ rằng khi m thay đổi thì đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định. Tìm điểm cố định ấy.

2. Tìm m để đường thẳng (d) cắt $y = x^2$ tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho $AB = \sqrt{3}$.

câu 3: (2,5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn (O). Gọi t là tiếp tuyến với đường tròn tâm (O) tại đỉnh A. Giả sử M là một điểm nằm bên trong tam giác ABC sao cho $\angle MBC = \angle MCA$. Tia CM cắt tiếp tuyến t ở D. Chứng minh tứ giác AMBD nội tiếp được trong một đường tròn.

Tìm phía trong tam giác ABC những điểm M sao cho:

$$\angle MAB = \angle MBC = \angle MCA$$

câu 4: (1 điểm)

Cho đường tròn tâm (O) và đường thẳng d không cắt đường tròn ấy. trong các đoạn thẳng nối từ một điểm trên đường tròn (O) đến một điểm trên đường thẳng d, Tìm đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất?

câu 5: (1,5 điểm)

Tìm m để biểu thức sau:

$$H = \frac{\sqrt{(m+1)x - m}}{mx - m + 1} \text{ có nghĩa với mọi } x \geq 1.$$

ĐỀ SỐ 38

bài 1: (1 điểm)

Giải phương trình: $0,5x^4 + x^2 - 1,5 = 0$.

bài 2: (1,5 điểm)

$$\text{Đặt } M = \sqrt{57 + 40\sqrt{2}} ; N = \sqrt{57 - 40\sqrt{2}}$$

Tính giá trị của các biểu thức sau:

1. $M - N$
2. $M^3 - N^3$

bài 3: (2,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - px + q = 0$ với $p \neq 0$.

Chứng minh rằng:

1. Nếu $2p^2 - 9q = 0$ thì phương trình có 2 nghiệm và nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.
2. Nếu phương trình có 2 nghiệm và nghiệm này gấp đôi nghiệm kia thì $2p^2 - 9q = 0$.

bài 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở đỉnh A. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ đỉnh A xuống cạnh huyền BC. Đường tròn(A, AH) cắt các cạnh AB và AC tương ứng ở M và N. Đường phân giác góc AHB và góc AHC cắt MN lần lượt ở I và K.

1. Chứng minh tứ giác HKNC nội tiếp đợc trong một đờng tròn.

2. Chứng minh: $\frac{HI}{AB} = \frac{HK}{AC}$

3. Chứng minh: $S_{ABC} \geq 2S_{AMN}$.

bài 5: (1,5 điểm)

Tìm tất cả các giá trị $x \geq 2$ để biểu thức: $F = \frac{\sqrt{x-2}}{x}$, đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất ấy.

ĐỀ SỐ 38

bài 1: (2 điểm)

Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx - y = -m \\ (1 - m^2)x + 2my = 1 + m^2 \end{cases}$$

1. Chứng tỏ phương trình có nghiệm với mọi giá trị của m.

2. Gọi $(x_0; y_0)$ là nghiệm của phương trình, chứng minh với mọi giá trị của m luôn có: $x_0^2 + y_0^2 = 1$

bài 2: (2,5 điểm)

Gọi u và v là các nghiệm của phương trình: $x^2 + px + 1 = 0$

Gọi r và s là các nghiệm của phương trình: $x^2 + qx + 1 = 0$

ở đó p và q là các số nguyên.

1. Chứng minh: $A = (u-r)(v-r)(u+s)(v+s)$ là số nguyên.

2. Tìm điều kiện của p và q để A chia hết cho 3.

bài 3: (2 điểm)

Cho phương trình:

$$(x^2 + bx + c)^2 + b(x^2 + bx + c) + c = 0.$$

Nếu phương trình vô nghiệm thì chứng tỏ rằng c là số dương.

bài 4: (1,5 điểm)

Cho hình vuông ABCD với O là giao điểm của hai đờng chéo AC và BD. Đờng thẳng d thay đổi luôn đi qua điểm O, cắt các cạnh AD và BC tương ứng ở M và N. Qua M và N vẽ các đờng thẳng Mx và Ny tương ứng song song với BD và AC. Các đờng thẳng Mx và Ny cắt nhau tại I.

Chứng minh đường thẳng đi qua I và vuông góc với đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định.

bài 5: (2 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm là H. Phía trong tam giác ABC lấy điểm M bất kỳ. Chứng minh rằng:

$$MA \cdot BC + MB \cdot AC + MC \cdot AB \geq HA \cdot BC + HB \cdot AC + HC \cdot AB$$

ĐỀ SỐ 39

bài 1(2 điểm):

Cho biểu thức:
$$N = \frac{a}{\sqrt{ab} + b} + \frac{b}{\sqrt{ab} - a} - \frac{a+b}{\sqrt{ab}}$$

với a, b là hai số dương khác nhau.

1. Rút gọn biểu thức N.

2. Tính giá trị của N khi: $a = \sqrt{6+2\sqrt{5}}$; $b = \sqrt{6-2\sqrt{5}}$.

bài 2(2,5 điểm)

Cho phương trình:

$$x^4 - 2mx^2 + m^2 - 3 = 0$$

1. Giải phương trình với $m = \sqrt{3}$.

2. Tìm m để phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.

bài 3(1,5 điểm):

Trên hệ trục tọa độ Oxy cho điểm A(2;-3) và parabol (P) có phương trình là : $y = \frac{-1}{2}x^2$

1. Viết phương trình đường thẳng có hệ số góc bằng k và đi qua điểm A.

2. Chứng minh rằng bất cứ đường thẳng nào đi qua điểm A và không song song với trục tung bao giờ cũng cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

bài 4(4 điểm):

Cho đường tròn (O,R) và đường thẳng d cắt đường tròn tại 2 điểm A và B. Từ điểm M nằm trên đường thẳng d và ở phía ngoài đường tròn (O,R) kẻ 2 tiếp tuyến MP và MQ đến đường tròn (O,R), ở đó P và Q là 2 tiếp điểm.

1. Gọi I là giao điểm của đoạn thẳng MO với đường tròn (O,R). Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MPQ.

2. Xác định vị trí của điểm M trên đường thẳng d để tứ giác MPOQ là hình vuông.
3. Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên đường thẳng d thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MPQ chạy trên một đường thẳng cố định.

ĐỀ SỐ 40

bài 1(1,5 điểm):

Với x, y, z thoả mãn: $\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} = 1$.

Hãy tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$

bài 2(2 điểm):

Tìm m để phương trình vô nghiệm: $\frac{x^2 + 2mx + 1}{x-1} = 0$

bài 3(1,5 điểm):

Chứng minh bất đẳng thức sau:

$$\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}}} + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30}}}} < 9$$

bài 4(2 điểm):

Trong các nghiệm (x,y) thoả mãn phương trình:

$$(x^2 - y^2 + 2)^2 + 4x^2y^2 + 6x^2 - y^2 = 0$$

Hãy tìm tất cả các nghiệm (x,y) sao cho $t = x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

bài 5(3 điểm):

Trên mỗi nửa đường tròn đường kính AB của đường tròn tâm (O) lấy một điểm tong ứng là C và D thoả mãn:

$$AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2.$$

Gọi K là trung điểm của BC. Hãy tìm vị trí các điểm C và D trên đường tròn (O) để đường thẳng DK đi qua trung điểm của AB.

ĐỀ SỐ 41

bài 1(2,5 điểm):

Cho biểu thức: $T = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$; $x > 0$, $x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức T.
2. Chứng minh rằng với mọi $x > 0$ và $x \neq 1$ luôn có $T < 1/3$.

bài 2(2,5 điểm):

Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 0,5 = 0$

1. Tìm m để phương trình có nghiệm và các nghiệm của phương trình có giá trị tuyệt đối bằng nhau.
2. Tìm m để phương trình có nghiệm và các nghiệm ấy là số đo của 2 cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 3.

bài 3(1 điểm):

Trên hệ trục tọa độ Oxy cho (P) có phương trình: $y = x^2$

Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $y = 3x + 12$ và có với (P) đúng một điểm chung.

bài 4(4 điểm):

Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Một điểm M chuyển động trên đường tròn (O) (M khác A và B). Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên đường kính AB. Vẽ đường tròn (T) có tâm là M và bán kính là MH. Từ A và B lần lượt kẻ các tiếp tuyến AD và BC đến đường tròn (T) (D và C là các tiếp điểm).

1. Chứng minh rằng khi M di chuyển trên đường tròn (O) thì $AD + BC$ có giá trị không đổi.
2. Chứng minh đường thẳng CD là tiếp tuyến của đường tròn (O).
3. Chứng minh với bất kỳ vị trí nào của M trên đường tròn (O) luôn có bất đẳng thức $AD \cdot BC \leq R^2$. Xác định vị trí của M trên đường tròn (O) để đẳng thức xảy ra.
4. Trên đường tròn (O) lấy điểm N cố định. Gọi I là trung điểm của MN và P là hình chiếu vuông góc của I trên MB. Khi M di chuyển trên đường tròn (O) thì P chạy trên đường nào?

ĐỀ SỐ 42

bài 1(1 điểm):

Giải phương trình: $x + \sqrt{x+1} = 1$

bài 2(1,5 điểm):

Tìm tất cả các giá trị của x không thoả mãn đẳng thức:

$$(m+|m|)x^2 - 4x + 4(m+|m|) = 1$$

dù m lấy bất cứ các giá trị nào.

bài 3(2,5 điểm):

Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} |x-1| + |y-2| = 1 \\ (x-y)^2 + m(x-y-1) - x - y = 0 \end{cases}$$

1. Tìm m để phương trình có nghiệm (x_0, y_0) sao cho x_0 đạt giá trị lớn nhất. Tìm nghiệm ấy?
2. Giải hệ phương trình khi $m=0$.

bài 4(3,5 điểm):

Cho nửa đường tròn đường kính AB. Gọi P là điểm chính giữa của cung AB, M là điểm di động trên cung BP. Trên đoạn AM lấy điểm N sao cho $AN=BM$.

1. Chứng minh tỉ số NP/MN có giá trị không đổi khi điểm M di chuyển trên cung BP. Tìm giá trị không đổi ấy?
2. Tìm tập hợp các điểm N khi M di chuyển trên cung BP.

bài 5(1,5 điểm):

Chứng minh rằng với mỗi giá trị nguyên dương n bao giờ cũng tồn tại hai số nguyên dương a và b thoả mãn:

$$\begin{cases} (1 + \sqrt{2001})^n = a + b\sqrt{2001} \\ a^2 - 2001b^2 = (-2001)^n \end{cases}$$

ĐỀ SỐ 43

bài 1(2 điểm):

Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + ay = 2 \\ ax - 2y = 1 \end{cases} \quad (x, y \text{ là ẩn, } a \text{ là tham số})$$

1. Giải hệ phương trình trên.
2. Tìm số nguyên a lớn nhất để hệ phương trình có nghiệm (x_0, y_0) thỏa mãn bất đẳng thức $x_0 y_0 < 0$.

bài 2(1,5 điểm):

Lập phương trình bậc hai với hệ số nguyên có 2 nghiệm là:

$$x_1 = \frac{4}{3 + \sqrt{5}} ; x_2 = \frac{4}{3 - \sqrt{5}}$$

Tính:
$$P = \left(\frac{4}{3 + \sqrt{5}} \right)^4 + \left(\frac{4}{3 - \sqrt{5}} \right)^4$$

bài 3(2 điểm):

Tìm m để phương trình: $x^2 - 2x - |x - 1| + m = 0$, có đúng 2 nghiệm phân biệt.

bài 4(1 điểm):

Giả sử x và y là các số thỏa mãn đẳng thức:

$$(\sqrt{x^2 + 5} + x) \cdot (\sqrt{y^2 + 5} + y) = 5$$

Tính giá trị của biểu thức: $M = x + y$.

bài 5(3,5 điểm):

Cho tứ giác ABCD có $AB = AD$ và $CB = CD$.

Chứng minh rằng:

1. Tứ giác ABCD ngoại tiếp được một đường tròn.
2. Tứ giác ABCD nội tiếp được trong một đường tròn khi và chỉ khi AB và BC vuông góc với nhau.
3. Giả sử $AB \perp BC$. Gọi (N, r) là đường tròn nội tiếp và (M, R) là đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCD. Chứng minh:

a. $AB + BC = r + \sqrt{r^2 + 4R^2}$

b. $MN^2 = R^2 + r^2 - r\sqrt{r^2 + 4R^2}$

ĐỀ SỐ 43

bài 1(2 điểm):

Tìm a và b thỏa mãn đẳng thức sau:

$$\left(\frac{1 + a\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} - \sqrt{a} \right) \cdot \frac{a + \sqrt{a}}{1 - a} = b^2 - b + \frac{1}{2}$$

bài 2(1,5 điểm):

Tìm các số hữu tỉ a, b, c đôi một khác nhau sao cho biểu thức:

$$H = \sqrt{\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2}}$$

nhận giá trị cũng là số hữu tỉ.

bài 3(1,5 điểm):

Giả sử a và b là 2 số dương cho trước. Tìm nghiệm dương của phương trình: $\sqrt{x(a-x)} + \sqrt{x(b-x)} = \sqrt{ab}$

bài 4(2 điểm):

Gọi A, B, C là các góc của tam giác ABC. Tìm điều kiện của tam giác ABC để biểu thức:

$$P = \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}$$

đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất ấy?

bài 5(3 điểm):

Cho hình vuông ABCD.

1. Với mỗi một điểm M cho trước trên cạnh AB (khác với điểm A và B), tìm trên cạnh AD điểm N sao cho chu vi của tam giác AMN gấp hai lần độ dài cạnh hình vuông đã cho.

2. Kẻ 9 đường thẳng sao cho mỗi đường thẳng này chia hình vuông đã cho thành 2 tứ giác có tỷ số diện tích bằng 2/3. Chứng minh rằng trong 9 đường thẳng nói trên có ít nhất 3 đường thẳng đồng quy.

ĐỀ SỐ 44

bài 1(2 điểm):

1. Chứng minh rằng với mọi giá trị dương của n, luôn có:

$$\frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

2. Tính tổng:

$$S = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}}$$

bài 2(1,5 điểm):

Tìm trên đường thẳng $y=x+1$ những điểm có tọa độ thỏa mãn đẳng thức: $y^2 - 3y\sqrt{x} + 2x = 0$

bài 3(1,5 điểm):

Cho hai phương trình sau:

$$x^2 - (2m-3)x + 6 = 0$$

$$2x^2 + x + m - 5 = 0$$

Tìm m để hai phương trình đã cho có đúng một nghiệm chung.

bài 4(4 điểm):

Cho đường tròn (O,R) với hai đường kính AB và MN . Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A cắt các đường thẳng BM và BN đồng quy tại M_1 và N_1 . Gọi P là trung điểm của AM_1 , Q là trung điểm của AN_1 .

1. Chứng minh tứ giác MM_1N_1N nội tiếp được trong một đường tròn.
2. Nếu $M_1N_1 = 4R$ thì tứ giác $PMNQ$ là hình gì? Chứng minh.
3. Đường kính AB cố định, tìm tập hợp tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác BPQ khi đường kính MN thay đổi.

bài 5(1 điểm):

Cho đường tròn (O,R) và hai điểm A, B nằm phía ngoài đường tròn (O) với $OA = 2R$. Xác định vị trí của điểm M trên đường tròn (O) sao cho biểu thức: $P = MA + 2MB$, đạt giá trị nhỏ nhất. tìm giá trị nhỏ nhất ấy.

ĐỀ SỐ 45

bài 1(2 điểm):

1. Với a và b là hai số dương thỏa mãn $a^2 - b > 0$. Chứng minh:

$$\sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

2. Không sử dụng máy tính và bảng số, chứng tỏ rằng:

$$\frac{7}{5} < \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}} < \frac{29}{20}$$

bài 2(2 điểm):

Giả sử x, y là các số dương thỏa mãn đẳng thức $x + y = \sqrt{10}$. Tính giá trị của x và y để biểu thức sau: $P = (x^4 + 1)(y^4 + 1)$, đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất ấy?

bài 3(2 điểm):

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x}{x-y} + \frac{y}{y-z} + \frac{z}{z-x} = 0 \\ \frac{x}{(x-y)^2} + \frac{y}{(y-z)^2} + \frac{z}{(z-x)^2} = 0 \end{cases}$$

bài 4(2,5 điểm):

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn (O,R) với BC=a, AC=b, AB=c. Lấy điểm I bất kỳ ở phía trong của tam giác ABC và gọi x, y, z lần lượt là khoảng cách từ điểm I đến các cạnh BC, AC và AB của tam giác. Chứng minh:

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} \leq \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2R}}$$

bài 5(1,5 điểm):

Cho tập hợp P gồm 10 điểm trong đó có một số cặp điểm được nối với nhau bằng đoạn thẳng. Số các đoạn thẳng có trong tập P nối từ điểm A đến các điểm khác gọi là bậc của điểm A. Chứng minh rằng bao giờ cũng tìm được hai điểm trong tập hợp P có cùng bậc.

ĐỀ SỐ 47

bài 1.(1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ với x là ẩn, m là số cho trước.

- Giải phương trình đã cho khi $m = 0$.
- Tìm m để phương trình đã cho có 2 nghiệm dương x_1, x_2 phân biệt thỏa mãn điều kiện $x_1^2 - x_2^2 = 4\sqrt{2}$

bài 2.(2 điểm)

Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = y + 2 \\ xy + a^2 = -1 \end{cases}$$

trong đó x, y là ẩn, a là số cho trước.

- Giải hệ phương trình đã cho với $a=2003$.
- Tìm giá trị của a để hệ phương trình đã cho có nghiệm.

bài 3.(2,5 điểm)

Cho phương trình: $\sqrt{x-5} + \sqrt{9-x} = m$ với x là ẩn, m là số cho trước.

- Giải phương trình đã cho với $m=2$.
- Giả sử phương trình đã cho có nghiệm là $x=a$. Chứng minh rằng khi đó phương trình đã cho còn có một nghiệm nữa là $x=14-a$.
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có đúng một nghiệm.

bài 4.(2 điểm)

Cho hai đồng tròn (O) và (O') có bán kính theo thứ tự là R và R' cắt nhau tại 2 điểm A và B.

- Một tiếp tuyến chung của hai đồng tròn tiếp xúc với (O) và (O') lần lượt tại C và D. Gọi H và K theo thứ tự là giao điểm của AB với OO' và CD. Chứng minh rằng:
 - AK là trung tuyến của tam giác ACD.

- B là trọng tâm của tam giác ACD khi và chỉ khi $OO' = \frac{\sqrt{3}}{2}(R + R')$

- Một cát tuyến đi động qua A cắt (O) và (O') lần lượt tại E và F sao cho A nằm trong đoạn EF. xác định vị trí của cát tuyến EF để diện tích tam giác BEF đạt giá trị lớn nhất.

bài 5. (2 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC. Gọi D là trung điểm của cạnh BC, M là điểm tùy ý trên cạnh AB (không trùng với các đỉnh A và B). Gọi H là giao điểm của các đoạn thẳng AD và CM. Chứng minh rằng nếu tứ giác BMHD nội tiếp được trong một đồng tròn thì có bất đẳng thức $BC < \sqrt{2} \cdot AC$.

ĐỀ SỐ 48

bài 1. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 + x - 1 = 0$. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm trái dấu. Gọi x_1 là nghiệm âm của phương trình. Hãy tính giá trị của biểu thức: $P = \sqrt{x_1^8 + 10x_1 + 13} + x_1$

Bài 2. (2 điểm)

Cho biểu thức: $P = x\sqrt{5-x} + (3-x)\sqrt{2+x}$

Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của P khi $0 \leq x \leq 3$.

Bài 3. (2 điểm)

- Chứng minh rằng không tồn tại các số nguyên a, b, c sao cho:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2007$$

- Chứng minh rằng không tồn tại các số hữu tỷ x, y, z sao cho:

$$x^2 + y^2 + z^2 + x + 3y + 5z + 7 = 0$$

Bài 4. (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường cao AH. Gọi (O) là vòng tròn ngoại tiếp tam giác AHC. Trên cung nhỏ AH của vòng tròn (O) lấy điểm M bất kỳ khác A. Trên tiếp tuyến tại M của vòng tròn (O) lấy hai điểm D và E sao cho BD = BE = BA. Đường thẳng BM cắt vòng tròn (O) tại điểm thứ hai là N.

- Chứng minh rằng tứ giác BDNE nội tiếp một vòng tròn.
- Chứng minh vòng tròn ngoại tiếp tứ giác BDNE và vòng tròn (O) tiếp xúc với nhau.

Bài 5. (2 điểm)

Có n điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Hai điểm bất kỳ nối với nhau bằng một đoạn thẳng, mỗi đoạn thẳng được tô một màu xanh, đỏ hoặc vàng. Biết rằng: có ít nhất một đoạn màu xanh, một đoạn màu đỏ, và một đoạn màu vàng; không có điểm nào mà các đoạn thẳng xuất phát từ đó có đủ cả ba màu và không có tam giác nào tạo bởi các đoạn thẳng đã nối có ba cạnh cùng màu.

1. Chứng minh rằng không tồn tại ba đoạn thẳng cùng màu xuất phát từ cùng một điểm.
2. Hãy cho biết có nhiều nhất bao nhiêu điểm thỏa mãn đề bài.

ĐỀ SỐ 49

Bài 1.(2 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau:

$$1. P = \frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \frac{m+n+2\sqrt{mn}}{\sqrt{m}+\sqrt{n}} ; m, n \geq 0 ; m \neq n.$$

$$2. Q = \frac{a^2b-ab^2}{ab} : \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} ; a > 0 ; b > 0.$$

Bài 2.(1 điểm)

Giải phương trình:

$$\sqrt{6-x} + \sqrt{x-2} = 2$$

Bài 3.(3 điểm)

Cho các đoạn thẳng:

$$(d_1): y=2x+2$$

$$(d_2): y=-x+2$$

$$(d_3): y=mx \text{ (m là tham số)}$$

1. Tìm tọa độ các giao điểm A, B, C theo thứ tự của (d_1) với (d_2) , (d_1) với trục hoành và (d_2) với trục hoành.
2. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho (d_3) cắt cả hai đường thẳng (d_1) , (d_2) .
3. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho (d_3) cắt cả hai tia AB và AC.

bài 4.(3 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) và D là điểm nằm trên cung BC không chứa điểm A. Trên tia AD ta lấy điểm E sao cho AE=CD.

1. Chứng minh $\triangle ABE = \triangle CBD$.
2. Xác định vị trí của D sao cho tổng DA+DB+DC lớn nhất.

Bài 5.(1 điểm)

Tìm x, y đồng thời thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 8(x^4 + y^4) + \frac{1}{xy} = 5 \end{cases}$$

ĐỀ SỐ 50

Bài 1.(2 điểm)

Cho biểu thức: $M = \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} - \frac{1-(\sqrt{x})^3}{1+\sqrt{x}+x}$; $x \geq 0$; $x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức M.
2. Tìm x để $M \geq 2$.

Bài 2.(1 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{x+12} = x$.

bài 3.(3 điểm)

Cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình:

$$(P): y=mx^2$$

$$(d): y=2x+m$$

trong đó m là tham số, $m \neq 0$.

1. Với $m=\sqrt{3}$, tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P).
2. Chứng minh rằng với mọi $m \neq 0$, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
3. Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại 2 điểm có hoành độ là $(1+\sqrt{2})^3$; $(1-\sqrt{2})^3$.

Bài 4.(3 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) và D là một điểm nằm trên cung BC không chứa A (D khác B và C). Trên tia DC lấy điểm E sao cho $DE=DA$.

1. Chứng minh ADE là tam giác đều.
2. Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACE$.
3. Khi D chuyển động trên cung BC không chứa A (D khác B và C) thì E chạy trên đường nào?

Bài 5.(1 điểm)

Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn: $a+b+c \leq 2005$.

Chứng minh: $\frac{5a^3 - b^3}{ab + 3a^2} + \frac{5b^3 - c^3}{bc + 3b^2} + \frac{5c^3 - a^3}{ca + 3c^2} \leq 2005$

ĐỀ SỐ 51

bài 1.(1,5 điểm)

Biết a, b, c là các số thực thoả mãn $a+b+c=0$ và $abc \neq 0$.

1. Chứng minh: $a^2+b^2-c^2=-2ab$
2. Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2}$$

bài 2.(1,5 điểm)

Tìm các số nguyên dương x, y, z sao cho:

$$1^3x+2^3y+3^3z=36.$$

bài 3.(2 điểm)

1. Chứng minh: $\sqrt{3-4x} + \sqrt{4x+1} = -16x^2 - 8x + 1$

bài 4.(4 điểm) $\sqrt{3-4x} + \sqrt{4x+1} \geq 2$ với mọi x thoả mãn: $-\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$.

2. Giải phương trình:

Cho tam giác đều ABC. D và E là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB và AC. đường phân giác của góc ADE cắt AE tại I và đường phân giác của góc AED cắt AD tại K. Gọi S, S1, S2, S3 lần lượt là diện tích của các tam giác ABC, DEI, DEK, DEA. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ I đến DE. Chứng minh:

1. $\frac{S_3}{DE + AD} = \frac{IH}{2}$
2. $\frac{S_1 + S_2}{DE} = \frac{S_3}{DE + AD} + \frac{S_3}{DE + AE}$
3. $S_1 + S_2 \leq S$

Bài 5.(1 điểm)

Cho các số a, b, c thoả mãn:

$$0 \leq a \leq 2; \quad 0 \leq b \leq 2; \quad 0 \leq c \leq 2 \quad \text{và} \quad a+b+c=3$$

Chứng minh bất đẳng thức: $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} \geq \sqrt{2}$

ĐỀ SỐ 53

$$\text{Cho } A = \frac{\sqrt{x-2\sqrt{x+3}+4}}{\sqrt{x}-\sqrt{x-3}-\sqrt{3x+x^2}+\sqrt{x^2-9}} - \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-3}}$$

1. Chứng minh $A < 0$.
2. tìm tất cả các giá trị x để A nguyên.

câu 2.

Ngời ta trộn 8g chất lỏng này với 6g chất lỏng khác có khối lượng riêng nhỏ hơn 200kg/m^3 đợc hỗn hợp có khối lượng riêng là 700kg/m^3 . Tính khối lượng riêng mỗi chất lỏng.

câu 3.

Cho đờng tròn tâm O và dây AB . Từ trung điểm M của cung AB vẽ hai dây MC, MD cắt AB ở E, F (E ở giữa A và F).

1. Có nhận xét gì về tứ giác $CDFE$?
2. Kéo dài MC, BD cắt nhau ở I và MD, AC cắt nhau ở K . Chứng minh: $IK // AB$.

câu 4.

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đờng tròn đờng kính AD . Biết rằng $AB=BC=2\sqrt{5}$ cm, $CD=6$ cm. Tính AD .

ĐỀ SỐ 54

câu 1.

$$\text{Cho } \sqrt{16-2x+x^2} - \sqrt{9-2x+x^2} = 1$$

$$\text{Tính } A = \sqrt{16-2x+x^2} + \sqrt{9-2x+x^2}.$$

câu 2.

$$\text{Cho hệ phương trình: } \begin{cases} 3x + (m-1)y = 12 \\ (m-1)x + 12y = 24 \end{cases}$$

1. Giải hệ phương trình.
2. Tìm m để hệ phương trình có một nghiệm sao cho $x < y$.

câu 3.

Cho nửa đờng tròn (O) đờng kính $AB=2R$, vẽ dây $AD=R$, dây $BC=\sqrt{2}R$. Kẻ AM và BN vuông góc với CD kéo dài.

1. So sánh DM và CN .
2. Tính MN theo R .
3. Chứng minh $S_{AMNB} = S_{ABD} + S_{ACB}$.

câu 4.

Cho nửa đòng tròn (O) đòng kính AB. Từ điểm M trên tiếp tuyến tại A kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với đòng tròn, kẻ CH vuông góc với AB. Chứng minh MB chia CH thành hai phần bằng nhau.

ĐỀ SỐ 54

câu 1.

Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + (n - 4)y = 16 \\ (4 - n)x - 50y = 80 \end{cases}$$

1. Giải hệ phương trình.
2. Tìm n để hệ phương trình có một nghiệm sao cho $x + y > 1$.

câu 2.

Cho $5x + 2y = 10$. Chứng minh $3xy - x^2 - y^2 < 7$.

câu 3.

Cho tam giác ABC đều và đòng tròn tâm O tiếp xúc với AB tại B và AC tại C. Từ điểm M thuộc cung nhỏ BC kẻ MH, MI, MK lần lượt vuông góc với BC, AB, AC.

1. Chứng minh: $MH^2 = MI \cdot MK$
2. Nối MB cắt AC ở E. CM cắt AB ở F. So sánh AE và BF?

câu 4.

Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). AC cắt BD ở O. Đòng song song với AB tại O cắt AD, BC ở M, N.

1. Chứng minh: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$
2. $S_{AOB} = a$; $S_{COD} = b^2$. Tính S_{ABCD} .

ĐỀ SỐ 55

câu 1.

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + 3xy = -3 \\ xy + 1 = 0 \end{cases}$$

câu 2.

Cho parabol $y = 2x^2$ và đòng thẳng $y = ax + 2 - a$.

1. Chứng minh rằng parabol và đòng thẳng trên luôn xắt nhau tại điểm A cố định. Tìm điểm A đó.
2. Tìm a để parabol cắt đòng thẳng trên chỉ tại một điểm.

câu 3.

Cho đồng tròn (O;R) và hai dây AB, CD vuông góc với nhau tại P.

1. Chứng minh:

a. $PA^2+PB^2+PC^2+PD^2=4R^2$

b. $AB^2+CD^2=8R^2-4PO^2$

2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BD. Có nhận xét gì về tứ giác OMPN.

câu 4.

Cho hình thang cân ngoại tiếp đồng tròn(O;R), có $AD//BC$. Chứng minh:

1. $AB = \frac{AD + BC}{2}$

2. $AD \cdot BC = 4R^2$

3. $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2}$

ĐỀ SỐ 56

câu 1.

Cho $A = \frac{36x^4 - (9a^2 + 4b^2)x^2 + a^2b^2}{9x^4 - (9a^2 + b^2)x^2 + a^2b^2}$

1. Rút gọn A.

2. Tìm x để $A = -1$.

câu 2.

Hai người cùng khởi hành đi ngược chiều nhau, người thứ nhất đi từ A đến B. Người thứ hai đi từ B đến A. Họ gặp nhau sau 3h. Hỏi mỗi người đi quãng đường AB trong bao lâu. Nếu người thứ nhất đến B muộn hơn người thứ hai đến A là 2,5h.

câu 3.

Cho tam giác ABC đồng phân giác trong AD, trung tuyến AM, vẽ đường tròn (O) qua A, D, M cắt AB, AC, ở E, F.

1. Chứng minh:

a. $BD \cdot BM = BE \cdot BA$

b. $CD \cdot CM = CF \cdot CA$

2. So sánh BE và CF.

câu 4.

Cho đồng tròn (O) nội tiếp hình thoi ABCD gọi tiếp điểm của đồng tròn với BC là M và N. Cho $MN = \frac{1}{4} AC$. Tính các góc của hình thoi.

ĐỀ SỐ 86

câu 1.

Tìm a để phương trình sau có hai nghiệm:
 $(a+2)x^2+2(a+3)|x|-a+2=0$

câu 2.

Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$

1. Tìm a, b, c biết đồ thị cắt trục tung tại A(0;1), cắt trục hoành tại B(1;0) và qua C(2;3).
2. Tìm giao điểm còn lại của đồ thị hàm số tìm được với trục hoành.
3. Chứng minh đồ thị hàm số vừa tìm được luôn tiếp xúc với đường thẳng $y=x-1$.

câu 3.

Cho đường tròn (O) tiếp xúc với hai cạnh của góc xAy ở B và C. Đường thẳng song song với Ax tại C cắt đường tròn ở D. Nối AD cắt đường tròn ở M, CM cắt AB ở N. Chứng minh:

1. ΔANC đồng dạng ΔMNA .
2. $AN=NB$.

câu 4.

Cho ΔABC vuông ở A đường cao AH. Vẽ đường tròn (O) đường kính HC. Kẻ tiếp tuyến BK với đường tròn(K là tiếp điểm).

1. So sánh ΔBHK và ΔBKC
2. Tính AB/BK .

ĐỀ SỐ 58

câu 1.

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{a} \\ xy = -a^2 \end{cases}$$

câu 2.

Cho A(2;-1); B(-3;-2)

1. Tìm phương trình đường thẳng qua A và B.
2. Tìm phương trình đường thẳng qua C(3;0) và song song với AB.

câu 3.

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB=2R$. C là một điểm thuộc cung AB, trên AC kéo dài lấy $CM=1/2 AC$. Trên BC kéo dài lấy $CN=1/2 CB$. Nối AN và BM kéo dài cắt nhau ở P. Chứng minh:

1. P, O, C thẳng hàng.
2. $AM^2+BN^2=PO^2$

câu 4.

Cho hình vuông ABCD. Trên AB và AD lấy M, N sao cho $AM=AN$. Kẻ AH vuông góc với MD.

1. Chứng minh tam giác AHN đồng dạng với tam giác DHC.
2. Có nhận xét gì về tứ giác NHCD.

ĐỀ SỐ 87

câu 1.

Cho $\frac{-x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2x + 1}$

1. Tìm x để $A=1$.
2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) của A.

câu 2.

Chứng minh rằng nếu a, b, c là ba cạnh của một tam giác thì

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{c} > \frac{a^2}{b.c}$$

câu 3.

Cho tam giác ABC, về phía ngoài dựng 3 tam giác đồng dạng ABM, ACN, BCP. Trong đó:

$$\angle AMB = \angle ANC = \angle BPC$$

$$\angle ABM = \angle CAN = \angle PBC$$

Gọi Q là điểm đối xứng của P qua BC.

1. Chứng minh: Tam giác QNC đồng dạng tam giác QBM.
2. Có nhận xét gì về tứ giác QMAN.

câu 4.

Cho đường tròn (O;R) và một dây $AB=\sqrt{3}R$. Gọi M là điểm di động trên cung AB. Tìm tập hợp trực tâm H của tam giác MAB và tập hợp tâm đường tròn nội tiếp I của tam giác MAB.

ĐỀ SỐ 86

I. Trắc nghiệm

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

1. Căn bậc hai số học của số a không âm là :

- A. số có bình phương bằng a B. $-\sqrt{a}$
 C. \sqrt{a} D. B, C đều đúng

2. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x-1}$. Biến số x có thể có giá trị nào sau đây:

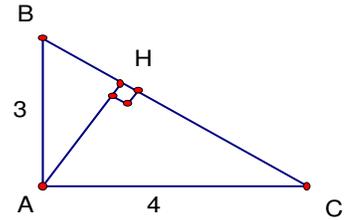
- A. $x \leq -1$ B. $x \geq 1$ C. $x \leq 1$ D. $x \geq -1$

3. Phương trình $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$ có một nghiệm là :

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

4. Trong hình bên, độ dài AH bằng:

- A. $\frac{5}{12}$
 B. -2,4
 C. 2
 D. 2,4



II. Tự luận

Bài 1: Giải các hệ phương trình và phương trình sau:

- a) $\begin{cases} 17x + 4y = 2 \\ 13x + 2y = 1 \end{cases}$ b) $2x^2 + \frac{1}{2}x = 0$ c)

$$x^4 + \frac{15}{4}x^2 - 1 = 0$$

Bài 2: Cho Parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng (D): $y = -x + 2$

- a) Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
 b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của (P) và (D) bằng phép tính.
 c) Tính diện tích ΔAOB (đơn vị trên 2 trục là cm).

Bài 3: Một xe ô tô đi từ A đến B dài 120 km trong một thời gian dự định. Sau khi đi nửa quãng đường thì xe tăng vận tốc thêm 10 km/h nên xe đến B sớm hơn 12 phút so với dự định. Tính vận tốc ban đầu của xe.

Bài 4: Tính:

- a) $2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605}$
 b) $\frac{10 + 2\sqrt{10}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{8}{1 - \sqrt{5}}$

Bài 5: Cho đường tròn (O), tâm O đường kính AB và dây CD vuông góc với AB tại trung điểm M của OA.

- a) Chứng minh tứ giác ACOD là hình thoi.

- b) Chứng minh : $MO \cdot MB = \frac{CD^2}{4}$
- c) Tiếp tuyến tại C và D của (O) cắt nhau tại N. Chứng minh A là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle CDN$ và B là tâm đường tròn bàng tiếp trong góc N của $\triangle CDN$.
- d) Chứng minh : $BM \cdot AN = AM \cdot BN$

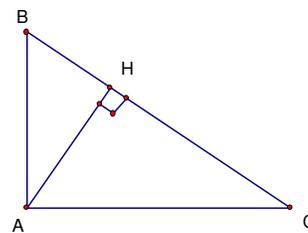
Họ và tên:.....
SBD:.....

ĐỀ SỐ 95

I. Trắc nghiệm

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

- Căn bậc hai số học của $(-3)^2$ là :
A. -3 B. 3 C. -81 D. 81
- Cho hàm số: $y = f(x) = \frac{2}{x+1}$. Biến số x có thể có giá trị nào sau đây:
A. $x \leq -1$ B. $x \geq -1$ C. $x \neq 0$ D. $x \neq -1$
- Cho phương trình : $2x^2 + x - 1 = 0$ có tập nghiệm là:
A. $\{-1\}$ B. $\{-1; -\frac{1}{2}\}$ C. $\{-1; \frac{1}{2}\}$ D. \emptyset
- Trong hình bên, $\sin B$ bằng :
A. $\frac{AH}{AB}$
B. $\cos C$
C. $\frac{AC}{BC}$
D. A, B, C đều đúng.



II. Phân tự luận

Bài 1: Giải các hệ phương trình và phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = 4 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$$

b) $x^2 + 0,8x - 2,4 = 0$

c)

$4x^4 - 9x^2 = 0$

Bài 2: Cho (P): $y = \frac{-x^2}{2}$ và đường thẳng (D): $y = 2x$.

- a) Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.

- b) Tìm tọa độ giao điểm của (D) và (P) bằng phép toán.
- c) Viết phương trình đường thẳng (D') biết (D') // (D) và (D') tiếp xúc với (P).

Bài 3: Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng là 7 m và có độ dài đường chéo là 17 m. Tính chu vi, diện tích của hình chữ nhật.

Bài 4: Tính:

- a) $\sqrt{15-\sqrt{216}} + \sqrt{33-12\sqrt{6}}$
- b) $\frac{2\sqrt{8}-\sqrt{12}}{\sqrt{18}-\sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5}+\sqrt{27}}{\sqrt{30}+\sqrt{162}}$

Bài 5: Cho điểm A bên ngoài đường tròn (O ; R). Từ A vẽ tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE đến đường tròn (O). Gọi H là trung điểm của DE.

- a) Chứng minh năm điểm : A, B, H, O, C cùng nằm trên một đường tròn.
- b) Chứng minh HA là tia phân giác của \sphericalangle BHC .
- c) DE cắt BC tại I. Chứng minh : $AB^2 = AI \cdot AH$.
- d) Cho $AB=R\sqrt{3}$ và $OH=\frac{R}{2}$. Tính HI theo R.

Họ và tên:.....

SBD:.....

ĐỀ SỐ 96

I. Trắc nghiệm

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

1. Căn bậc hai số học của $5^2 - 3^2$ là:

- A. 16 B. 4 C. -4 D. B, C đều

đúng.

2. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất hai ẩn x, y:

- A. $ax + by = c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) B. $ax + by = c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, c \neq 0$)

- C. $ax + by = c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, b \neq 0$ hoặc $c \neq 0$) D. A, B, C đều đúng.

3. Phương trình $x^2 + x + 1 = 0$ có tập nghiệm là :

- A. $\{-1\}$ B. \emptyset C. $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ D. $\left\{-1; -\frac{1}{2}\right\}$

4. Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng:

- A. $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$ B. $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)$
 C. $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ D. A, B, C đều đúng.

II. Phần tự luận.

Bài 1: Giải các hệ phương trình và phương trình sau:

- a) $\begin{cases} 12x - 5y = 9 \\ 120x + 30y = 34 \end{cases}$ b) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$ c) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}$

Bài 2: Cho phương trình: $\frac{1}{2}x^2 - 3x - 2 = 0$

- a) Chứng tỏ phương trình có 2 nghiệm phân biệt.
 b) Không giải phương trình, tính: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; $x_1 - x_2$ (với $x_1 < x_2$)

Bài 3: Một hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{3}{7}$ chiều dài. Nếu giảm chiều dài 1m và tăng chiều rộng 1m thì diện tích hình chữ nhật là 200 m². Tính chu vi hình chữ nhật lúc ban đầu.

Bài 4: Tính

- a) $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$ b) $2\sqrt{\frac{16}{3}} - 3\sqrt{\frac{1}{27}} - 6\sqrt{\frac{4}{75}}$

Bài 5: Cho đường tròn (O ; R) và dây BC, sao cho $\widehat{BOC} = 120^\circ$. Tiếp tuyến tại B, C của đường tròn cắt nhau tại A.

- a) Chứng minh $\triangle ABC$ đều. Tính diện tích $\triangle ABC$ theo R.
 b) Trên cung nhỏ BC lấy điểm M. Tiếp tuyến tại M của (O) cắt AB, AC lần lượt tại E, F. Tính chu vi $\triangle AEF$ theo R.
 c) Tính số đo của \widehat{EOF} .
 d) OE, OF cắt BC lần lượt tại H, K. Chứng minh $FH \perp OE$ và 3 đường thẳng FH, EK, OM đồng quy.

Họ và tên:.....
 SBD:.....

ĐỀ SỐ 97

I. Trắc nghiệm

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

1. Căn bậc ba của -125 là :

- A. 5 B. -5 C. ± 5 D. -25

2. Cho hàm số $y = f(x)$ và điểm $A(a ; b)$. Điểm A thuộc đồ thị của hàm số $y = f(x)$ khi:

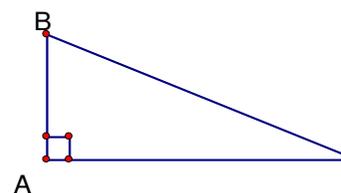
- A. $b = f(a)$ B. $a = f(b)$ C. $f(b) = 0$ D. $f(a) = 0$

3. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm phân biệt:

- A. $x^2 + x + 1 = 0$ B. $4x^2 - 4x + 1 = 0$
 C. $371x^2 + 5x - 1 = 0$ D. $4x^2 = 0$

4. Trong hình bên, độ dài BC bằng:

- A. $2\sqrt{6}$ B. $3\sqrt{2}$
 30^0
 C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$
 $\sqrt{6}$



II. Phân tự luận

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x+2} = 3+2x$

b) $\frac{4}{x-1} - \frac{5}{x-2} = -3$

c) $x^2 - \sqrt{3}(\sqrt{2}+1)x + 3\sqrt{2} = 0$

Bài 2: Cho (P): $y = \frac{x^2}{4}$ và (D): $y = -x - 1$

a) Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.

b) Chứng tỏ (D) tiếp xúc (P), tìm tọa độ tiếp điểm bằng phép toán.

Bài 3: Một hình chữ nhật có chiều dài bằng 2,5 lần chiều rộng và có diện tích là $40m^2$. Tính chu vi của hình chữ nhật.

Bài 4: Rút gọn:

a) $\frac{(x^2-4)}{2} \sqrt{\frac{4}{x^2-4x+4}}$ với $x \neq 2$.

b) $\left(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right)$ (với $a; b \geq 0$ và $a \neq b$)

Bài 5: Cho hai đồng tròn $(O ; 4\text{cm})$ và $(O' ; 3\text{cm})$ với $OO' = 6\text{cm}$.

- Chứng tỏ đồng tròn $(O ; 4\text{cm})$ và $(O' ; 3\text{cm})$ cắt nhau.
- Gọi giao điểm của (O) và (O') là A, B . Vẽ đường kính AC của (O) và đường kính AD của (O') . Chứng minh C, B, D thẳng hàng.
- Qua B vẽ đường thẳng d cắt (O) tại M và cắt (O') tại N (B nằm giữa M và N). Tính tỉ số $\frac{AN}{AM}$.
- Cho $\widehat{AN} = 120^\circ$. Tính $S_{\Delta AMN}$?

Họ và tên:.....

SBD:.....

ĐỀ SỐ 98

I. Trắc nghiệm

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

1. Kết quả của phép tính $\sqrt{25+144}$ là:

A. 17

B. 169

C. 13

D. Một kết quả khác

2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi giá trị của x thuộc \mathbf{R} . Ta nói hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên \mathbf{R} khi:

A. Với $x_1, x_2 \in \mathbf{R}; x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

B.

Với

$x_1, x_2 \in \mathbf{R}; x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

C. Với $x_1, x_2 \in \mathbf{R}; x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

D.

Với

$x_1, x_2 \in \mathbf{R}; x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

3. Cho phương trình $2x^2 + 2\sqrt{6}x + 3 = 0$ phương trình này có :

A. 0 nghiệm

B. Nghiệm kép

C. 2 nghiệm phân biệt

D. Vô số nghiệm

4. Tâm đồng tròn ngoại tiếp tam giác là:

A. Giao điểm 3 đường phân giác của tam giác

B. Giao điểm 3 đường cao của tam giác

C. Giao điểm 3 đường trung tuyến của tam giác

D. Giao điểm 3 đường trung trực của tam giác

II. Phần tự luận

Bài 1: Giải các hệ phương trình và phương trình sau:

a) $x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{9} = 0$

b) $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

c)

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 5x - 3y = 5 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Bài 2: Cho phương trình : $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

b) Tìm m sao cho phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn biểu

thức: $x_1^2 + x_2^2 = 26$

c) Tìm m sao cho phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn

$$x_1 - 3x_2 = 0$$

Bài 3: Một hình chữ nhật có diện tích là 240 m². Nếu tăng chiều rộng thêm 3m và giảm chiều dài đi 4m thì diện tích không đổi. Tính chu vi hình chữ nhật ban đầu.

Bài 4: Tính

a) $2\sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{4}{3}} + \frac{3}{5}\sqrt{75}$

b) $\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot (3+\sqrt{5})}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$

Bài 5: Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O). M là điểm di động trên cung nhỏ BC. Trên đoạn thẳng MA lấy điểm D sao cho MD = MC.

a) Chứng minh $\triangle DMC$ đều.

b) Chứng minh $MB + MC = MA$.

c) Chứng minh tứ giác ADOC nội tiếp đợc.

d) Khi M Di động trên cung nhỏ BC thì D di động trên đường cố định nào ?

Họ và tên:.....

SBD:.....

ĐỀ SỐ 99

I. Trắc nghiệm

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

1. Biểu thức $\frac{\sqrt{-3x}}{x^2-1}$ xác định khi và chỉ khi:

d) Cho biết $BC = 2R$ và $AB = HC$. Tính BE, EC theo R .

Họ và tên:.....

SBD:.....

ĐỀ SỐ 100

I. Trắc nghiệm

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

1. Nếu $\sqrt{a^2} = -a$ thì :

A. $a \geq 0$

B. $a = -1$

C. $a \leq 0$

D. B, C đều

đúng.

2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với $x \in R$. Ta nói hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên R khi:

A. Với $x_1, x_2 \in R; x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

B.

Với

$x_1, x_2 \in R; x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

C. Với $x_1, x_2 \in R; x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

D.

Với

$x_1, x_2 \in R; x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

3. Cho phương trình : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$). Nếu $b^2 - 4ac > 0$ thì phương trình có 2 nghiệm là:

A. $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{a}; x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{a}$

B.

$x_1 = \frac{-\sqrt{\Delta} - b}{2a}; x_2 = \frac{\sqrt{\Delta} - b}{2a}$

C. $x_1 = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

D. A, B, C đều sai.

4. Cho tam giác ABC vuông tại C . Ta có $\frac{\sin A}{\cos B} - \frac{\tan A}{\cot B}$ bằng:

A. 2

B. 1

C. 0

D. Một kết

quả khác.

II. Phần tự luận:

Bài 1: Giải phương trình:

a) $(x^2 - 1)^2 - 4(x^2 - 1) = 5$

b) $x - 2 - 2\sqrt{x - 2} = -1$

Bài 2: Cho phương trình : $x^2 - 2(m-1)x - 3m - 1 = 0$ (m là tham số)

a) Tìm m để phương trình có nghiệm $x_1 = -5$. Tính x_2 .

b) Chứng tỏ phương trình có nghiệm với mọi giá trị của m .

Bài 3: Tìm hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$) biết đồ thị (D) của nó đi qua hai điểm $A(3; -5)$ và $B(1,5; -6)$.

Bài 4: Rút gọn:

a) $\frac{\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}}}{2x + 1}$ với $x \neq -\frac{1}{2}$

b) $\left(\frac{\sqrt{ab} + \sqrt{b^3}}{\sqrt{a+b}} - \frac{\sqrt{ab} + a^3}{a + \sqrt{b}} \right) : \frac{2\sqrt{a} - 2\sqrt{b}}{a - b}$

với $a, b \geq 0; a \neq b$

Bài 5: Cho đường tròn tâm O bán kính R và đường kính AB cố định. CD là đường kính di động (CD không trùng với AB, CD không vuông góc với AB).

a) Chứng minh tứ giác ACBD là hình chữ nhật.

b) Các đường thẳng BC, BD cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) lần lượt tại E, F. Chứng minh tứ giác CDEF nội tiếp.

c) Chứng minh : $AB^2 = CE \cdot DF \cdot EF$

d) Các đường trung trực của hai đoạn thẳng CD và EF cắt nhau tại I. Chứng minh khi CD quay quanh O thì I di động trên một đường cố định.

Họ và tên:.....

SBD:.....

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên năm 2005 Đại học khoa học tự nhiên

Bài 1. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x + y + xy = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$.

Bài 2. Giải phương trình : $x + 4\sqrt{x+3} + 2\sqrt{3-2x} = 11$.

Bài 3. Tìm nghiệm nguyên của phương trình : $x^2 + 17y^2 + 34xy + 51(x + y) = 1740$.

Bài 4. Cho hai đường tròn (O) và (O') nằm ngoài nhau. Một tiếp tuyến chung của hai đường tròn tiếp xúc với (O) tại A và (O') tại B. Một tiếp tuyến chung trong của hai đường tròn cắt AB tại I, tiếp xúc (O) tại C và (O') tại D. Biết rằng C nằm giữa I và D.

a) Hai đường thẳng OC và O'B cắt nhau tại M. Chứng minh rằng $OM > O'M$.

b) Ký hiệu (S) là đường tròn đi qua A, C, B và (S') là đường tròn đi qua A, D, B. Đường thẳng CD cắt (S) tại E khác C và cắt (S') tại F khác D. Chứng minh rằng $AF \perp BE$.

Bài 5. Giả sử x, y, z là các số dương thay đổi và thỏa mãn điều kiện $xy^2z^2 + x^2z + y = 3z^2$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $P = \frac{z^4}{1 + z^4(x^4 + y^4)}$.